



TUGAS AKHIR - SS141501

**FERNANDEZ-STEEL *SKEW NORMAL MIXTURE*
MODEL DENGAN PENDEKATAN BAYESIAN
UNTUK SEGMENTASI CITRA MRI TUMOR OTAK**

**MIFTAKHUL ILMI DINUL ISLAMIYAH
NRP 062116 4500 0014**

**Dosen Pembimbing
Prof. Drs. Nur Iriawan, M.IKom., Ph.D**

**PROGRAM STUDI SARJANA
DEPARTEMEN STATISTIKA
FAKULTAS MATEMATIKA, KOMPUTASI, DAN SAINS DATA
INSTITUT TEKNOLOGI SEPULUH NOPEMBER
SURABAYA 2018**



TUGAS AKHIR - SS141501

**FERNANDEZ-STEEL *SKEW NORMAL MIXTURE*
MODEL DENGAN PENDEKATAN BAYESIAN
UNTUK SEGMENTASI CITRA MRI TUMOR OTAK**

**MIFTAKHUL ILMI DINUL ISLAMIYAH
NRP 062116 4500 0014**

**Dosen Pembimbing
Prof. Drs. Nur Iriawan, M.IKom., Ph.D**

**PROGRAM STUDI SARJANA
DEPARTEMEN STATISTIKA
FAKULTAS MATEMATIKA, KOMPUTASI, DAN SAINS DATA
INSTITUT TEKNOLOGI SEPULUH NOPEMBER
SURABAYA 2018**



FINAL PROJECT - SS141501

**FERNANDEZ-STEEL SKEW NORMAL MIXTURE
MODEL USING BAYESIAN APPROACH FOR
BRAIN TUMOR MRI IMAGE SEGMENTATION**

**MIFTAKHUL ILMI DINUL ISLAMIYAH
SN 062116 4500 0014**

**Supervisor
Prof. Drs. Nur Iriawan, M.IKom., Ph.D**

**UNDERGRADUATE PROGRAMME
DEPARTMENT OF STATISTICS
FACULTY OF MATHEMATICS, COMPUTING, AND DATA SCIENCE
INSTITUT TEKNOLOGI SEPULUH NOPEMBER
SURABAYA 2018**

LEMBAR PENGESAHAN

FERNANDEZ-STEEL *SKEW NORMAL MIXTURE* MODEL DENGAN PENDEKATAN BAYESIAN UNTUK SEGMENTASI CITRA MRI TUMOR OTAK

TUGAS AKHIR

Diajukan Untuk Memenuhi Salah Satu Syarat
Memperoleh Gelar Sarjana Sains
pada
Program Studi Sarjana Departemen Statistika
Fakultas Matematika, Komputasi, dan Sains Data
Institut Teknologi Sepuluh Nopember

Oleh :

Miftakhul Ilmi Dinul Islamiyah
NRP. 062116 4500 0014

Disetujui oleh Pembimbing:

Prof. Drs. Nur Iriawan, M.IKom., Ph.D
NIP. 19621015 198803 1 002

()



Mengetahui,
Kepala Departemen


Dr. Suhartono

NIP. 19710929 199512 1 001

SURABAYA, JULI 2018

FERNANDEZ-STEEL SKEW NORMAL MIXTURE MODEL DENGAN PENDEKATAN BAYESIAN UNTUK SEGMENTASI CITRA MRI TUMOR OTAK

Nama Mahasiswa : Miftakhul Ilmi Dinul Islamiyah
NRP : 062116 4500 0014
Departemen : Statistika FMKSD ITS
Dosen Pembimbing : Prof. Drs. Nur Iriawan, M.IKom, Ph.D

Abstrak

Teknologi citra digital medis yang sering digunakan oleh pakar kesehatan untuk mendeteksi tumor otak pada pasien adalah Magnetic Resonance Imaging (MRI). Kesulitan dalam mengolah citra digital hasil MRI adalah memisahkan Region of Interest (ROI) dengan objek lain, sehingga perlu dilakukan segmentasi citra. Segmentasi citra dapat dilakukan dengan clustering. Metode clustering yang sering digunakan untuk segmentasi citra adalah Gaussian Mixture Model (GMM). Namun terdapat kelemahan dari distribusi Gaussian, yaitu sifatnya yang berekor pendek dan simetris sehingga jika memerlukan model dengan ekor lebih panjang dapat didekati dengan banyak komponen distribusi Gaussian dalam membentuk mixture model. Hal tersebut mengakibatkan sifat parsimoni model kurang terjaga. Selain itu, pada kenyataannya histogram citra MRI tumor otak mengindikasikan adanya skewness. Oleh karena itu, alternatif dari permasalahan tersebut dengan menggunakan distribusi Neo-Normal. Pada penelitian ini dilakukan segmentasi citra MRI untuk mendeteksi lokasi tumor otak menggunakan Fernandez-Steel Skew Normal (FSSN) Mixture Model dengan Pendekatan Bayesian. Distribusi FSSN merupakan salah satu distribusi Neo-Normal yang membentuk distribusi Gaussian maupun Student's t yang dapat stabil dalam modus distribusinya. Pendekatan Bayesian digunakan karena pendekatan statistika klasik untuk estimasi parameter distribusi FSSN sangatlah rumit dan kompleks untuk diimplementasikan secara numerik. Hasil analisis menunjukkan bahwa distribusi FSSN lebih mampu merepresentasikan citra MRI tumor otak serta model yang didapatkan untuk segmentasi citra MRI tumor otak lebih parsimoni dibandingkan GMM.

Kata Kunci : Bayesian, Fernandez-Steel Skew Normal, Mixture Model, Segmentasi Citra, Tumor Otak

Halaman ini sengaja dikosongkan

FERNANDEZ-STEEL SKEW NORMAL MIXTURE MODEL USING BAYESIAN APPROACH FOR BRAIN TUMOR MRI IMAGE SEGMENTATION

Student Name : Miftakhul Ilmi Dinul Islamiyah
Student Number : 062116 4500 0014
Department : Statistics
Supervisor : Prof. Drs. Nur Iriawan, M.IKom, Ph.D

Abstract

Medical digital imaging technology that is often used by health professionals to detect brain tumors in patients is Magnetic Resonance Imaging (MRI). Difficulty in processing digital image of the MRI is to identifying the separating Region of Interest (ROI) with other objects, so image segmentation is needed. Image segmentation can be done by clustering. Clustering method which is often used for image segmentation is the Gaussian Mixture Model (GMM). GMM has started to be abandoned because, in reality, the symmetric distribution approach is less able to explain the MRI data pattern. In addition, the use of symmetric distribution cannot compete for the model parsimony of an asymmetric distribution to model the long and heavy tail pattern of data. It needs more components in GMM. Therefore, an alternative to these problems is to employ the Neo-Normal distribution. Neo-Normal distribution is a relaxation of normality that is more adaptive to various characteristics of data than the Gaussian distribution. In this research, MRI image segmentation was performed to detect the location of brain tumors using Fernandez-Steel Skew Normal (FSSN) Mixture Model with Bayesian Approach. The FSSN distribution is one of the Neo-Normal distributions that can be skewed adaptively but still stable in its mode. Bayesian approach is used because the classical statistical approach for estimating FSSN distribution parameters is very complex to be implemented numerically. The results indicate that FSSN mixture model has a better performance to represent the data pattern of brain tumor MRI, more parsimony, and able to detect the brain tumor more precisely than the original GMM approach.

Keywords : *Bayesian, Brain Tumor, Fernandez-Steel Skew Normal, Image Segmentation, Mixture Model*

This page intentionally left blank

KATA PENGANTAR

Puji syukur kehadiran Allah SWT, yang telah melimpahkan rahmat dan hidayah-Nya, memberikan kekuatan kepada penulis selama menyusun Laporan Tugas Akhir ini yang berjudul “Fernandez-Steel *Skew Normal Mixture Model* dengan Pendekatan Bayesian untuk Segmentasi Citra MRI Tumor Otak”. Dalam penyusunan laporan ini, penulis banyak mendapat pengajaran, bimbingan dan saran yang bermanfaat dari berbagai pihak. Maka dari itu penulis dalam kesempatan ini mengucapkan banyak terima kasih kepada :

1. Bapak Prof. Drs. Nur Iriawan, M.IKom, Ph.D selaku dosen pembimbing yang mendukung dan memberikan masukan serta bimbingan selama penyusunan laporan Tugas Akhir ini.
2. Ibu Santi Wulan Purnami, M.Si, Ph.D dan Ibu Wiwik Setya Winahju, MS selaku dosen penguji yang telah memberikan banyak masukan dan bantuan dalam penyelesaian Tugas Akhir ini.
3. Bapak Dr. Suhartono selaku Kepala Departemen Statistika FMKSD ITS yang telah memberikan banyak fasilitas yang menunjang kelancaran penyelesaian Tugas Akhir.
4. Bapak Dr. Sutikno, M.Si selaku Koordinator Program Studi S1 atas ketelatenannya dalam memberikan bantuan dan informasi yang diberikan selama ini.
5. Bapak Dr. Puhadi, M.Sc selaku dosen wali yang selama perkuliahan sangat membantu penulis.
6. Seluruh civitas akademika Departemen Statistika FMKSD ITS yang telah membantu dan memberikan pengalaman serta ilmu pengetahuan kepada penulis.
7. Ibu Anindya Apriliyanti Pravitasari yang telah membimbing, meluangkan waktu, memberikan semangat dan arahan kepada penulis dalam menyelesaikan Tugas Akhir ini.
8. Orang tua yang mendukung baik secara moril maupun finansial. Terima kasih banyak atas bimbingan, motivasi, dan doa selama ini.

9. Adikku tercinta Isnaini Habiba Dinul Mahmudah yang selalu memberikan semangat.
10. Kepada kawan-kawan Lintas Jalur Departemen Statistika FMKSD ITS Angkatan 2016 yang telah memberikan dukungannya kepada penulis.
11. Pihak-pihak yang sudah banyak membantu dalam proses pengerjaan laporan Tugas Akhir ini, yang tidak dapat disebutkan satu persatu.

Penulis menyadari bahwa laporan ini masih banyak kekurangan, maka dengan kerendahan hati kepada semua pihak untuk memberikan kritik dan saran demi perbaikan atas laporan ini ke depannya. Semoga laporan ini bermanfaat serta apa yang telah dilakukan mendapat berkah dan ridho-Nya, Amin.

Surabaya, Juli 2018

Penulis

DAFTAR ISI

	Halaman
HALAMAN JUDUL	i
TITLE PAGE	ii
LEMBAR PENGESAHAN	iii
ABSTRAK	v
ABSTRACT	vii
KATA PENGANTAR	ix
DAFTAR ISI	xi
DAFTAR TABEL	xiii
DAFTAR GAMBAR	xv
DAFTAR LAMPIRAN	xix
BAB I PENDAHULUAN	
1.1 Latar Belakang.....	1
1.2 Perumusan Masalah.....	5
1.3 Tujuan.....	6
1.4 Manfaat.....	6
1.5 Batasan Masalah.....	6
BAB II TINJAUAN PUSTAKA	
2.1 Tumor Otak	7
2.2 Segmentasi Citra MRI	8
2.3 Intensitas Keabuan (<i>Grayscale/Graylevel</i>).....	10
2.4 Histogram Citra	11
2.5 <i>Preprocessing</i> Citra.....	12
2.6.1 Binerisasi (<i>Thresholding</i>)	12
2.6.2 Pendeteksian Tepi Obyek	13
2.6.3 Operasi Morfologi	14
2.6 <i>Model Based Clustering</i>	16
2.7 Distribusi Neo-Normal	18
2.8.1 Fernandez-Steel <i>Skew Normal</i> (FSSN) <i>Distribution</i>	19
2.8 Pendekatan Bayesian.....	20
2.9.1 Distribusi Prior	21
2.9.2 <i>Markov Chain Monte Carlo</i> (MCMC)	21
2.9.3 <i>Gibbs Sampling</i>	23
2.9 <i>Silhouette Index</i> (<i>SI</i>)	24

2.10 Metode <i>Acceptance Rejection</i>	25
BAB III METODOLOGI PENELITIAN	
3.1 Sumber Data	27
3.2 Variabel Penelitian dan Struktur Data	27
3.3 Langkah Analisis	28
3.4 Diagram Alir.....	44
BAB IV ANALISIS DAN PEMBAHASAN	
4.1 <i>Preprocessing</i> Citra MRI Tumor Otak.....	47
4.2 Histogram Citra Sebelum dan Sesudah <i>Preprocessing</i>	55
4.3 Segmentasi Citra MRI Tumor Otak Menggunakan Fernandez-Steel <i>Skew Normal (FSSN) Mixture</i> <i>Model</i> dengan Pendekatan Bayesien	56
BAB IV KESIMPULAN DAN SARAN	
5.1 Kesimpulan.....	83
5.2 Saran.....	83
DAFTAR PUSTAKA	85
LAMPIRAN	91
BIODATA PENULIS	105

DAFTAR TABEL

	Halaman
Tabel 3.1 Struktur Data Penelitian.....	27
Tabel 4.1 Parameter FSSN <i>Mixture Model</i> 2 Klaster untuk <i>Sequence Ax T2 Flair IM21</i>	57
Tabel 4.2 Parameter FSSN <i>Mixture Model</i> 3 Klaster untuk <i>Sequence Ax T2 Flair IM21</i>	59
Tabel 4.3 Parameter FSSN <i>Mixture Model</i> 4 Klaster untuk <i>Sequence Ax T2 Flair IM21</i>	61
Tabel 4.4 Parameter FSSN <i>Mixture Model</i> 5 Klaster untuk <i>Sequence Ax T2 Flair IM21</i>	63
Tabel 4.5 Parameter FSSN <i>Mixture Model</i> 6 Klaster untuk <i>Sequence Ax T2 Flair IM21</i>	65
Tabel 4.6 Parameter FSSN <i>Mixture Model</i> 7 Klaster untuk <i>Sequence Ax T2 Flair IM21</i>	67
Tabel 4.7 Parameter FSSN <i>Mixture Model</i> 2 Klaster untuk <i>Sequence Ax T1 memp+C IM8</i>	71
Tabel 4.8 Parameter FSSN <i>Mixture Model</i> 3 Klaster untuk <i>Sequence Ax T1 memp+C IM8</i>	72
Tabel 4.9 Parameter FSSN <i>Mixture Model</i> 4 Klaster untuk <i>Sequence Ax T1 memp+C IM8</i>	74
Tabel 4.10 Parameter FSSN <i>Mixture Model</i> 5 Klaster untuk <i>Sequence Ax T1 memp+C IM8</i>	75
Tabel 4.11 Parameter FSSN <i>Mixture Model</i> 6 Klaster untuk <i>Sequence Ax T1 memp+C IM8</i>	77
Tabel 4.12 Parameter FSSN <i>Mixture Model</i> 7 Klaster untuk <i>Sequence Ax T1 memp+C IM8</i>	79

Halaman ini sengaja dikosongkan

DAFTAR GAMBAR

	Halaman
Gambar 2.1	Kubus Warna RGB..... 10
Gambar 2.2	Susunan <i>Pixel-Pixel</i> Tetangga dari <i>Pixel</i> $p_0 = (x, y)$ 13
Gambar 2.3	Implementasi Operator Sobel..... 14
Gambar 3.1	<i>Ax T2 Flair</i> IM21 (a) dan <i>Ax T1</i> <i>Memp+C</i> IM8 (b) 27
Gambar 3.2	Diagram Alir Penelitian 44
Gambar 4.1	Citra MRI (a) dan Citra Hasil <i>Thresholding</i> (b) untuk <i>Ax T2 Flair</i> IM21 47
Gambar 4.2	Citra Hasil <i>Head Contour</i> (a) dan Citra Hasil <i>Head Masking</i> (b) untuk <i>Ax T2</i> <i>Flair</i> IM21 48
Gambar 4.3	Citra Hasil Substraksi Pertama (a) dan Citra Hasil <i>Opening</i> Pertama (b) untuk <i>Ax T2 Flair</i> IM21 48
Gambar 4.4	Citra Hasil Deteksi Tepi (a) dan Citra Hasil <i>Closing</i> (b) untuk <i>Ax T2 Flair</i> IM21..... 49
Gambar 4.5	Citra Hasil Gabungan (a) dan Citra Hasil <i>Head Masking</i> Kedua (b) untuk <i>Ax</i> <i>T2 Flair</i> IM21 49
Gambar 4.6	Citra Hasil Substraksi Kedua (a) dan Citra Hasil <i>Opening</i> Kedua (b) untuk <i>Ax</i> <i>T2 Flair</i> IM21 50
Gambar 4.7	Hasil <i>Preprocessing</i> Citra <i>Ax T2 Flair</i> IM21.. 50
Gambar 4.8	Citra MRI (a) dan Citra Hasil <i>Thresholding</i> (b) untuk <i>Ax T1 memp+C</i> IM8..... 51
Gambar 4.9	Citra Hasil <i>Head Contour</i> (a) dan Citra Hasil <i>Head Masking</i> (b) untuk <i>Ax T1</i> <i>memp+C</i> IM8 52
Gambar 4.10	Citra Hasil Substraksi Pertama (a) dan Citra Hasil <i>Opening</i> Pertama (b) untuk <i>Ax T1 memp+C</i> IM8 52
Gambar 4.11	Citra Hasil Deteksi Tepi (a) dan Citra Hasil <i>Closing</i> (b) untuk <i>Ax T1 memp+C</i>

	IM8	53
Gambar 4.12	Citra Hasil Gabungan (a) dan Citra Hasil <i>Head Masking</i> Kedua (b) untuk Ax T1 <i>memp+C</i> IM8	53
Gambar 4.13	Citra Hasil Substraksi Kedua (a) dan Citra Hasil <i>Opening</i> Kedua (b) untuk Ax T1 <i>memp+C</i> IM8	54
Gambar 4.14	Hasil <i>Preprocessing</i> Citra Ax T1 <i>memp+C</i> IM8	54
Gambar 4.15	Histogram <i>Sequence</i> Ax T2 <i>Flair</i> IM21 dan Ax T1 <i>Memp+C</i> IM8 Sebelum Dilakukan <i>Preprocessing</i> Citra.....	55
Gambar 4.16	Histogram <i>Sequence</i> Ax T2 <i>Flair</i> IM21 dan Ax T1 <i>Memp+C</i> IM8 Setelah Dilakukan <i>Preprocessing</i> Citra.....	56
Gambar 4.17	Hasil Segmentasi 2 Klaster Citra Ax T2 <i>Flair</i> IM21	58
Gambar 4.18	ROI (a) dan Non ROI (b) untuk Segmentasi 2 Klaster Citra Ax T2 <i>Flair</i> IM21.....	58
Gambar 4.19	Hasil Segmentasi 3 Klaster Citra Ax T2 <i>Flair</i> IM21	60
Gambar 4.20	ROI (a) dan Non ROI (b) untuk Segmentasi 3 Klaster Citra Ax T2 <i>Flair</i> IM21.....	60
Gambar 4.21	Hasil Segmentasi 4 Klaster Citra Ax T2 <i>Flair</i> IM21	61
Gambar 4.22	ROI (a) dan Non ROI (b) untuk Segmentasi 4 Klaster Citra Ax T2 <i>Flair</i> IM21.....	62
Gambar 4.23	Hasil Segmentasi 5 Klaster Citra Ax T2 <i>Flair</i> IM21	63
Gambar 4.24	ROI (a) dan Non ROI (b) untuk Segmentasi 5 Klaster Citra Ax T2 <i>Flair</i> IM21.....	64
Gambar 4.25	Hasil Segmentasi 6 Klaster Citra Ax T2 <i>Flair</i> IM21	65
Gambar 4.26	ROI (a) dan Non ROI (b) untuk Segmentasi 6 Klaster Citra Ax T2 <i>Flair</i> IM21.....	66
Gambar 4.27	Hasil Segmentasi 7 Klaster Citra Ax T2 <i>Flair</i> IM21	67

Gambar 4.28	ROI (a) dan Non ROI (b) untuk Segmentasi 7 Klaster Citra Ax T2 <i>Flair</i> IM21.....	68
Gambar 4.29	Silhouette Index Segmentasi Citra Ax T2 <i>Flair</i> IM21	69
Gambar 4.30	Perbandingan Silhouette Index Segmentasi Citra Ax T2 <i>Flair</i> IM21 3 Klaster dengan FSSN Mixture Model dan GMM	70
Gambar 4.31	Citra Ax T2 <i>Flair</i> IM21 Sebelum (a) dan Sesudah (b) Segmentasi	70
Gambar 4.32	Hasil Segmentasi 2 Klaster Citra Ax T1 <i>memp</i> +C IM8 (a) dan Area ROI (b).....	72
Gambar 4.33	Hasil Segmentasi 3 Klaster Citra Ax T1 <i>memp</i> +C IM8 (a) dan Area ROI (b).....	73
Gambar 4.34	Hasil Segmentasi 4 Klaster Citra Ax T1 <i>memp</i> +C IM8 (a) dan Area ROI (b).....	74
Gambar 4.35	Hasil Segmentasi 5 Klaster Citra Ax T1 <i>memp</i> +C IM8 (a) dan Area ROI (b).....	76
Gambar 4.36	Hasil Segmentasi 6 Klaster Citra Ax T1 <i>memp</i> +C IM8 (a) dan Area ROI (b).....	78
Gambar 4.37	Hasil Segmentasi 7 Klaster Citra Ax T1 <i>memp</i> +C IM8 (a) dan Area ROI (b).....	80
Gambar 4.38	Silhouette Index Segmentasi Citra Ax T1 <i>memp</i> +C IM8	80
Gambar 4.39	Perbandingan Silhouette Index Segmentasi Citra Ax T1 <i>memp</i> +C IM8 3 Klaster dengan FSSN Mixture Model dan GMM	81
Gambar 4.40	Citra Ax T1 <i>memp</i> +C IM8 Sebelum (a) dan Sesudah (b) Segmentasi	82

Halaman ini sengaja dikosongkan

DAFTAR LAMPIRAN

	Halaman
Lampiran 1 Data <i>Grayscale</i> Citra.....	91
Lampiran 2 <i>Syntax Preprocessing</i> Citra.....	92
Lampiran 3 <i>Syntax</i> Segmentasi Citra.....	96
Lampiran 4 <i>Syntax</i> Penentuan Klaster Terbaik	103

Halaman ini sengaja dikosongkan

BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Otak merupakan organ vital dan sangat penting pada manusia, di mana otak memiliki kemampuan untuk mengendalikan setiap aktivitas yang dilakukan oleh manusia baik dalam keadaan sadar maupun tidak sadar. Otak manusia menunjukkan pola aktivasi dalam kondisi normal maupun abnormal dalam melakukan setiap kegiatan. Kondisi normal merupakan kondisi yang mencakup kondisi yang berhubungan dengan aktivitas fisik seperti bekerja, berpikir, tidur dan terjaga dan kondisi yang berhubungan dengan mental seperti ketenangan, kebahagiaan dan kemarahan. Kondisi abnormal merupakan kondisi yang berhubungan dengan gangguan fungsi kerja otak (Kumbara, 2015). Salah satu penyakit yang menyerang otak adalah tumor otak.

Tumor otak terjadi karena adanya proliferasi atau pertumbuhan sel abnormal secara cepat pada *central nervous system* maupun selaput pembungkus otak (selaput meningen) (ABTA, 2012). Sel tersebut akan terus berkembang mendesak jaringan otak yang sehat di sekitarnya, mengakibatkan terjadi gangguan neurologis yaitu gangguan fokal akibat tumor dan peningkatan tekanan intrakranial (Haq, 2011). Tumor otak adalah kanker yang paling umum terjadi dan penyebab utama kematian terkait kanker pada anak-anak baik laki-laki maupun perempuan usia 0-14 tahun. Menurut laporan statistik tahun 2016 tumor otak mengalahkan leukemia dalam hal penyebab utama kematian pada anak-anak. Selain itu tumor otak juga merupakan penyebab kematian nomor tiga terkait kanker pada remaja dan dewasa usia 15-39 tahun (ABTA, 2017). Jumlah penderita tumor otak masih rendah, yakni hanya enam per 100.000 dari pasien tumor/kanker per tahun, namun tetap saja penyakit tersebut masih menjadi hal yang menakutkan bagi sebagian besar orang. Walaupun tumor yang menyerang adalah jenis tumor jinak, namun jika menyerang otak, tingkat bahaya yang ditimbulkan akan lebih besar daripada jika menyerang bagian tubuh lain (Haq, 2011).

Kepala Bidang Pelayanan Medik RSUD Dr. Soetomo memaparkan rasio orang yang beresiko terkena tumor otak di Indonesia adalah satu dari 888.793 orang, sedangkan di Surabaya rasionya adalah satu dari 154.186 orang. Jumlah pasien tumor otak di RSUD Dr. Soetomo yang menjalani tindakan operasi pada 2010 sebanyak 116 orang, pada 2011 sebanyak 130 orang, pada 2012 sebanyak 130 orang, pada 2013 sebanyak 149 orang dan pada 2014 sebanyak 172 orang. Pada Januari sampai Mei 2015 terdapat 61 orang yang menjalani operasi, dan untuk pasien tumor otak yang mengunjungi poli bedah saraf dari Mei 2014 sampai 2015 jumlahnya mencapai 218 pasien dan menunggu tindakan operasi (Soekarno, 2015). Hal tersebut menunjukkan bahwa penderita tumor otak semakin meningkat. Oleh karena itu banyak hal dilakukan untuk melawan tumor otak seiring dengan berkembangnya teknologi di dunia kedokteran. Salah satunya adalah pengolahan citra digital yang dianggap sangat penting dalam proses pengidentifikasian penyakit tumor otak (Adinegoro, Atmaja, & Purnamasari, 2015).

Teknologi citra digital medis yang sering digunakan oleh pakar kesehatan untuk mendeteksi adanya tumor otak pada pasien adalah *Magnetic Resonance Imaging* (MRI). MRI merupakan suatu alat diagnostik radiologi untuk memeriksa dan mendeteksi tubuh yang menghasilkan rekaman gambar potongan tubuh atau organ manusia dengan menggunakan medan magnet berkekuatan antara 0,064 sampai 1,5 tesla (1 tesla = 1000 Gauss) dan resonansi getaran terhadap inti atom hidrogen (Kaila & Kaila, 2010). Pemeriksaan citra MRI memerlukan ketelitian dan ketepatan, namun terdapat kesulitan dalam mengolah citra digital hasil MRI. Salah satu kesulitan tersebut adalah memisahkan satu objek dengan objek lain atau dengan kata lain *Region of Interest* (ROI) yang dianggap penting secara medis (Angulakshmi & LakshmiPriya, 2018). Oleh karena itu, perlu dilakukan segmentasi citra untuk memisahkan ROI dengan objek lainnya.

Banyak metode dikembangkan untuk segmentasi citra, salah satunya dengan metode *clustering*. *Clustering* dalam segmentasi citra digunakan untuk mengelompokkan setiap *pixel* berdasarkan

karakteristik terukur dengan menggunakan pengukuran numerik. Metode *clustering* yang paling banyak diminati adalah *Partitioning Method* dan *Hierarchical Clustering*. Namun kedua metode tersebut masih bersifat heuristik sehingga masih meninggalkan beberapa masalah seperti penanganan *noise*. Metode alternatif yang dikembangkan untuk mengetahui berapa banyak *cluster* yang dibutuhkan, membandingkan algoritma antar metode dan penanganan *noise* dalam metode heuristik adalah metode *Model Based Clustering*. *Model Based Clustering* didasarkan pada model probabilitas dari data, di mana data berasal dari beberapa fungsi distribusi. Jadi alasan membagi data dalam beberapa kelompok adalah data berasal dari campuran beberapa distribusi yang model probabilitasnya berbeda (Shi, 2005), sehingga akan menjadikan model keseluruhannya adalah model *mixture*.

Mixture model adalah salah satu model khusus yang dapat digunakan untuk memodelkan data yang populasinya merupakan susunan dari beberapa sub populasi atau kelompok. Setiap sub populasi atau kelompok merupakan komponen penyusun dari model *mixture* serta mempunyai proporsi yang bervariasi untuk masing-masing komponennya (Gelman, et al., 2014). Salah satu *Model Based Clustering* yang sering digunakan untuk *clustering* adalah *Gaussian Mixture Model* (GMM). Sianipar (2017) telah melakukan penelitian mengenai segmentasi citra MRI tumor otak menggunakan GMM. Namun terdapat kekurangan dari distribusi Gaussian, yaitu sifatnya yang berekor pendek sehingga jika memerlukan model dengan ekor lebih panjang dapat didekati dengan banyak komponen distribusi Gaussian dalam membentuk *mixture model*. Oleh karena itu, alternatif dari kesulitan tersebut adalah distribusi *Nearly-Normal* atau Neo-Normal. Distribusi Neo-Normal merupakan relaksasi normalitas yang adaptif terhadap berbagai sifat penyimpangan terhadap Normal seperti sifat kemiringan dan bahkan berekor tebal atau tipis baik dalam identifikasi pola maupun pemodelan (Iriawan, 2012).

Distribusi Neo-Normal diawali dengan distribusi *Exponential Power* yaitu distribusi yang mampu menjaga kesimetriannya pada

mean namun belum mampu mengakomodasi kemiringan pola data (Box & Tiao, 1973). Distribusi Neo-Normal yang lain adalah distribusi Normal Miring (*Skew Normal*). Distribusi *Skew Normal* pertama diperkenalkan oleh Azzalini (1985) yaitu distribusi yang mampu mengatasi kelemahan dari distribusi *Exponential Power* dengan mengakomodasi sifat simetris maupun miring namun modulus distribusi tidak stabil pada parameter lokasinya. Fernandez & Steel (1998) memperkenalkan versi baru dari distribusi *Skew Normal* yang kemudian diberi nama distribusi Fernandez-Steel *Skew Normal* (FSSN) (Castillo, Gomez, Leiva, & Sanhueza, 2011). Distribusi FSSN mengatasi kelemahan dari distribusi *Skew Normal* oleh Azzalini (1985). Distribusi FSSN merupakan distribusi yang membentuk distribusi Normal atau Gaussian maupun *Student's t* yang mampu dimiringkan secara adaptif, artinya distribusi Normal miring atau *Skew Normal* yang dapat stabil dalam modulus distribusinya (Castillo, Gomez, Leiva, & Sanhueza, 2011; Iriawan, 2012) yaitu dengan menambah parameter γ sebagai parameter transformasi. Oleh karena itu, pada penelitian ini menggunakan distribusi FSSN dalam menyusun model *mixture*, sehingga diharapkan dapat menghasilkan segmentasi yang lebih baik dari metode sebelumnya yaitu GMM dan sifat parsimoni model juga tetap terjaga.

Dalam mengestimasi parameter model, digunakan pendekatan Bayesian. Pendekatan statistika Bayesian memandang parameter sebagai variabel *random* yang memiliki distribusi yang disebut distribusi *prior* (Ntzoufras, 2009), berbeda dengan pendekatan statistika klasik yang memandang parameter sebagai parameter bernilai tetap. Pendekatan klasik jika diterapkan dalam estimasi parameter distribusi yang asimetris seperti distribusi FSSN sangatlah rumit dan kompleks untuk diimplementasikan secara numerik. Selain itu, Fernandez & Steel (1998) mengemukakan bahwa pendekatan klasik kurang mampu mendekati sifat fleksibilitas dari distribusi yang adaptif. Oleh karena itu, pada penelitian ini akan dilakukan segmentasi citra MRI untuk mendeteksi tumor otak menggunakan Fernandez-Steel *Skew Normal* (FSSN) *Mixture Model* dengan Pendekatan Bayesian.

1.2 Rumusan Masalah

Pemeriksaan citra MRI tumor otak memerlukan ketelitian dan ketepatan, akan tetapi dokter dapat melakukan kesalahan seperti dalam mendiagnosa letak atau besar kecilnya objek karena diagnosa yang dilakukan masih secara manual. Selain itu, terdapat kesulitan dalam menganalisis hasil citra MRI yaitu memisahkan satu objek dengan objek lain atau dengan kata lain *Region of Interest* (ROI) yang dianggap penting secara medis, sehingga diperlukan segmentasi citra MRI untuk mendeteksi lokasi tumor otak. Segmentasi citra dapat dilakukan dengan *clustering* yaitu mengelompokkan setiap *pixel* berdasarkan karakteristik terukur menggunakan pengukuran numerik. Metode *clustering* yang sering digunakan untuk segmentasi citra *Gaussian Mixture Model* (GMM). Namun terdapat kelemahan dari distribusi Gaussian, yaitu sifatnya yang berekor pendek sehingga jika memerlukan model dengan ekor lebih panjang dapat didekati dengan banyak komponen distribusi Gaussian dalam membentuk *mixture model*. Hal tersebut mengakibatkan sifat parsimoni model kurang terjaga. Oleh karena itu, pada penelitian ini dilakukan segmentasi citra MRI untuk mendeteksi lokasi tumor otak menggunakan Fernandez-Steel *Skew Normal* (FSSN) *Mixture Model* dengan Pendekatan Bayesian. Distribusi FSSN merupakan salah satu distribusi Neo-Normal. Distribusi FSSN membentuk distribusi Normal atau Gaussian maupun *Student's t* yang mampu dimiringkan secara adaptif, artinya distribusi Normal miring yang dapat stabil dalam modus distribusinya. Pendekatan Bayesian digunakan karena pendekatan statistika klasik kurang mampu mendekati sifat fleksibilitas distribusi yang adaptif dan sangat rumit dan kompleks jika diterapkan secara numerik.

1.3 Tujuan

Tujuan dari penelitian ini berdasarkan permasalahan yang telah diuraikan adalah mendapatkan hasil segmentasi citra MRI untuk mendeteksi lokasi tumor otak menggunakan Fernandez-Steel *Skew Normal* (FSSN) *Mixture Model* dengan Pendekatan Bayesian.

1.4 Manfaat

Manfaat yang diperoleh dari penelitian ini yaitu memberikan hasil segmentasi citra MRI lebih baik dari alat MRI 1,5 tesla yang digunakan RSUD Dr. Soetomo Surabaya sehingga dapat membantu pihak medis dalam mendeteksi lokasi tumor otak dan tindakan medis lebih lanjut.

1.5 Batasan Masalah

Dalam penelitian ini terdapat beberapa batasan masalah yaitu sebagai berikut :

1. Data yang digunakan adalah data citra MRI tumor otak dengan kekuatan 1,5 tesla.
2. Segmentasi citra dilakukan pada dua citra MRI tumor otak.
3. Pemilihan jumlah kluster terbaik juga mempertimbangkan su-byektivitas dari pihak medis.

BAB II

TINJAUAN PUSTAKA

2.1 Tumor otak

Tumor otak adalah suatu lesi ekspansif yang bersifat jinak (*benigna*) ataupun ganas (*maligna*) membentuk massa dalam ruang tengkorak kepala (intrakranial) atau pada sumsum tulang belakang (*medulla spinalis*). Diagnosa tumor otak dapat dilakukan melalui pemeriksaan klinis dan pemeriksaan penunjang yaitu pemeriksaan radiologi dan patologi anatomi. Namun terkadang dengan pemeriksaan klinis saja diagnosa tumor otak cukup sulit karena gejala klinis tergantung dari lokasi tumor, kecepatan pertumbuhan massa tumor dan cepatnya timbul gejala tekanan tinggi intrakranial serta efek dari massa tumor ke jaringan otak yang dapat menyebabkan kompresi, infasi dan destruksi jaringan otak (Haq, 2011).

Tumor otak terjadi karena adanya pertumbuhan sel abnormal secara cepat pada daerah *central nervous system* (CNS) maupun selaput pembungkus otak (selaput meningen) (ABTA, 2012). Sel tersebut akan terus berkembang mendesak jaringan otak yang sehat di sekitarnya, mengakibatkan terjadi gangguan neurologis yaitu gangguan fokal akibat tumor dan peningkatan tekanan intrakranial (Haq, 2011).

Tekanan intrakranial adalah tekanan total yang didesak oleh otak, darah dan cairan *cerebrospinal* di dalam kubah intrakranial. Peningkatan tekanan intrakranial merupakan peningkatan cairan *cerebrospinal* lebih dari 15 mmHg (nilai normal 3-15 mmHg). Peningkatan tekanan intrakranial dapat menyebabkan menurunnya aliran darah serebral dan hipoksia jaringan otak sehingga menyebabkan kematian sel. Kematian sel bersifat irreversibel sehingga jika hal tersebut terjadi, akan mengakibatkan edema sekitar jaringan nekrosis dan menyebabkan peningkatan tekanan intrakranial lebih lanjut sehingga menyebabkan herniasi batang otak dan berakibat pada kematian (Windhiarti, 2016). Keluhan yang timbul pada pasien penderita tumor otak dapat berupa sakit kepala, mual, penurunan nafsu makan, muntah proyektil dan kejang.

2.2 Segmentasi Citra MRI

Magnetic Resonance Imaging (MRI) merupakan suatu alat diagnostik radiologi untuk memeriksa dan mendeteksi tubuh dengan menggunakan medan magnet yang besar dan gelombang frekuensi radio, tanpa operasi, penggunaan sinar-X, ataupun bahan radioaktif, yang menghasilkan rekaman gambar potongan tubuh atau organ manusia dengan menggunakan medan magnet berkekuatan antara 0,064 – 1,5 tesla (1 tesla = 1000 Gauss) dan resonansi getaran terhadap inti atom hidrogen (Kaila & Kaila, 2010). Kelebihan dari MRI adalah kemampuannya membuat potongan koronal, sagital, aksial dan oblik tanpa banyak memanipulasi posisi tubuh pasien sehingga sangat sesuai untuk diagnostik jaringan lunak. Teknik penggambaran MRI relatif kompleks karena citra yang dihasilkan tergantung pada banyak parameter. Jika pemilihan parameter tepat, maka kualitas citra MRI dapat memberikan gambaran detail tubuh manusia dengan perbedaan yang kontras sehingga anatomi dan patologi jaringan tubuh dapat dievaluasi secara teliti (Notosiswoyo & Suswati, 2004).

Adapun jenis pemeriksaan MRI sesuai dengan organ yang akan dilihat, misalnya pemeriksaan kepala untuk melihat kelainan pada kelenjar pituitary, lubang telinga dalam, rongga mata dan sinus. Pemeriksaan otak untuk mendeteksi *stroke/infark*, pendarahan, tumor, kelainan bawaan, kelainan pembuluh darah. Selain itu untuk pemeriksaan tulang belakang, pemeriksaan *musculoskeletal* untuk organ lutut, bahu, siku, kaki, pergelangan tangan, pergelangan kaki untuk mendeteksi robekan tulang rawan, tendon dan lain-lain. Pemeriksaan *abdomen* untuk melihat hati, ginjal, kantong dan saluran empedu, pankreas, limpa, prostat dan organ ginekologis serta pemeriksaan *thorax* untuk melihat paru-paru dan jantung (Notosiswoyo & Suswati, 2004).

Dalam MRI tumor otak, terdapat empat irisan yaitu T1 *weighted*, T2 *weighted*, T1 *contrast* dan *Fluid Attenuated Inversion Recovery* (FLAIR). T1 *weighted* menggambarkan citra dengan gangguan akibat adanya darah yang menghalangi, sedangkan daerah nekrotik dapat diamati pada bagian *hypo-intense* inti tumor dalam

gambar T1 *contrast*, T2 *weighted* dan FLAIR dalam citra MRI biasanya digunakan untuk melihat peradangan tumor dan edema (Li, Jia, & Qin, 2016).

Pemeriksaan citra MRI memerlukan ketelitian dan ketepatan, akan tetapi dokter dapat melakukan kesalahan seperti dalam mendiagnosa letak atau besar kecilnya objek karena diagnosa yang dilakukan masih secara manual. Proses tersebut juga memakan waktu cukup lama sehingga dalam beberapa tahun terakhir, banyak dikembangkan metode segmentasi dalam riset-riset (Angulakshmi & LakshmiPriya, 2017). Adanya teknologi digital yang semakin berkembang membuat penggunaan citra digital dapat dimanfaatkan untuk mengetahui sesuatu yang terjadi pada jaringan tubuh (Murinto & Rahmawati, 2011). Namun terdapat kesulitan dalam mengolah citra digital hasil MRI. Salah satu kesulitan tersebut adalah memisahkan satu objek dengan objek lain atau dengan kata lain *Region of Interest* (ROI) yang dianggap penting secara medis. Oleh karena itu, perlu dilakukan segmentasi citra untuk memisahkan ROI dengan objek lainnya (Angulakshmi & LakshmiPriya, 2018).

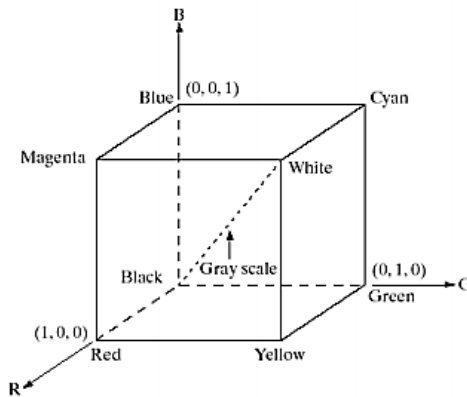
Segmentasi adalah salah satu masalah yang paling sulit dalam pengolahan citra dan pengenalan pola (Ribbens, Hermans, Maes, Vandermeulen, & Suetens, 2014). Tujuan segmentasi citra adalah mengelompokkan semua *pixel* gambar menjadi kelompok yang tidak tumpang tindih berkenaan dengan beberapa objek (Pan, Zhu, & Xie, 2016). Selain itu dengan segmentasi citra dapat menyederhanakan dan mengubah representasi citra sehingga lebih mudah untuk dianalisis (Shapiro & Stockman, 2000). Salah satu metode dalam segmentasi citra yang banyak dikembangkan adalah *clustering*. *Clustering* citra merupakan proses pembagian citra ke dalam beberapa wilayah (*region*) yang mempunyai kesamaan fitur seperti : tingkat keabuan (*graylevel*), tekstur (*texture*), warna (*color*), gerakan (*motion*) dan lain sebagainya (Murinto & Rahmawati, 2011).

2.3 Intensitas Keabuan (*Grayscale/Graylevel*)

Citra dapat didefinisikan sebagai fungsi dua dimensi $f(x, y)$ di mana x dan y adalah koordinat spasial, dan amplitudo dari f pada

sembarang pasangan koordinat (x, y) disebut intensitas dari citra pada titik tersebut. Ketika x, y dan nilai intensitas dari f adalah semua terbatas, *discrete quantities* maka disebut dengan citra digital (Gonzalez & Woods, 2002).

Pada citra digital berwarna terdapat tiga macam informasi intensitas masing-masing untuk warna merah, hijau dan biru, yang lebih sering disebut sebagai RGB (*Red, Green dan Blue*), sedangkan pada citra yang tidak berwarna disimpan dalam bentuk nilai abu-abu (*grayscale*). Dalam segmentasi citra agar hanya terdapat satu nilai pada setiap *pixel*-nya maka harus dirubah menjadi citra abu-abu karena operasi-operasi yang dilakukan akan lebih sederhana dibandingkan menggunakan citra berwarna (Ahmad, 2005). Gonzalez & Woods (2002) menjelaskan skema warna RGB dalam sebuah kubus yang ditunjukkan melalui Gambar 2.1.



Gambar 2.1 Kubus Warna RGB

Gambar 2.1 memperlihatkan bahwa warna hitam diwakili oleh koordinat $(0,0,0)$ yang berarti intensitas semua warna pokok adalah 0 dan warna putih oleh koordinat $(1,1,1)$ yang berarti intensitas semua warna pokok adalah 1. Jika semua warna pokok mempunyai intensitas yang sama dan berada di antara 0 dan 1, maka akan terlihat warna abu-abu. Jadi citra abu-abu dapat dihasilkan dari citra RGB dengan mengambil nilai rata-rata dari ketiga komponen warna RGB, tetapi karena ketiga warna pokok tersebut dianggap tidak

seragam dalam hal kemampuan kontribusi pada kecerahan, maka konversi citra warna RGB ke dalam *grayscale* adalah sesuai dalam persamaan (2.1) (Ahmad, 2005).

$$\text{Intensitas } Grayscale = 0,299R + 0,587G + 0,114B \quad (2.1)$$

Jika suatu citra direpresentasikan dalam 8 bit, maka pada citra terdapat 2^8 atau 256 level *grayscale* yang biasanya bernilai 0 sampai 255 (Gonzalez & Woods, 2002). Nilai intensitas 0 menunjukkan level paling gelap (hitam) dan nilai intensitas 255 menunjukkan level paling terang (putih).

2.4 Histogram Citra

Fungsi transformasi intensitas didasarkan pada informasi yang diekstrak dari intensitas citra yang berupa histogram. Histogram citra merupakan grafik yang menggambarkan penyebaran nilai-nilai intensitas *pixel* dari suatu citra atau bagian tertentu di dalam citra (Munir, 2004).

Misalkan citra digital memiliki L *grayscale*, yaitu dari nilai 0 sampai $L-1$ (misalnya pada citra dalam 8 bit, nilai *grayscale* dari 0 sampai 255). Secara matematis peluang *pixel* dengan *grayscale* i dihitung dengan rumus pada persamaan (2.2).

$$h_i = \frac{n_i}{n}, i = 0, 1, \dots, L-1 \quad (2.2)$$

di mana n_i adalah jumlah *pixel* yang memiliki *grayscale* i dan n adalah jumlah seluruh *pixel* di dalam citra. Histogram citra memberikan informasi penting sebagai berikut (Munir, 2004).

1. Jumlah seluruh nilai h_i sama dengan 1, $\sum_{i=0}^{L-1} h_i = 1$. Peluang suatu *pixel* memiliki *grayscale* lebih kecil atau sama dengan *grayscale* tertentu adalah $P(i \leq j) = \sum_{i=0}^j h_i$, $0 \leq j \leq L-1$.
2. Puncak histogram menunjukkan intensitas *pixel* yang menonjol. Lebar dari puncak menunjukkan rentang kontras dari citra. Citra dengan kontras terlalu terang atau terlalu gelap mempunyai histogram yang sempit.

2.5 Preprocessing Citra

Sebelum melakukan segmentasi citra, dilakukan *preprocessing* citra. Melalui *preprocessing* citra, kualitas citra dapat diperbaiki sehingga dapat mempermudah dalam analisis lebih lanjut (Munir, 2006).

2.5.1 Binerisasi (*Thresholding*)

Binerisasi merupakan operasi dalam segmentasi citra abu-abu yang digunakan untuk memisahkan daerah sebuah obyek dengan *background* sehingga menghasilkan citra biner. Citra biner adalah citra yang hanya mempunyai dua *grayscale* yaitu hitam dan putih. Jika nilai intensitas suatu obyek berada dalam suatu interval dan nilai intensitas dari *background* citra berada di luar interval, maka citra biner dapat diperoleh dengan mudah melalui binerisasi. Dalam binerisasi melalui perangkat lunak, setiap citra dengan karakteristik tertentu memerlukan nilai *threshold* yang mungkin tidak sama untuk citra yang lain (Ahmad, 2005).

Misalkan sebuah citra $f(x, y)$, terdiri dari obyek terang pada *background* gelap, maka *pixel* obyek dan *background* mempunyai intensitas yang dikelompokkan ke dalam dua mode dominan. Untuk mengekstrak obyek dari *background* dapat dilakukan dengan memilih *threshold*, T , yang membagi mode-mode tersebut. Kemudian sembarang titik (x, y) di dalam citra $f(x, y) \geq T$ disebut *object point*, sedangkan yang lain disebut *background point* atau dengan kata lain citra yang di-*threshold*, $g(x, y)$, didefinisikan dalam persamaan (2.3) (Prasetyo, 2011).

$$g(x, y) = \begin{cases} 1, & \text{jika } f(x, y) \geq T \\ 0, & \text{jika } f(x, y) < T \end{cases} \quad (2.3)$$

Pixel yang bernilai 1 berkaitan dengan obyek, sedangkan *pixel* yang bernilai 0 berkaitan dengan *background*.

2.5.2 Pendeteksian Tepi Obyek

Suatu obyek dalam citra dan tidak bersinggungan langsung dengan batas citra berarti obyek tersebut dikelilingi oleh *background*. Pertemuan antara bagian obyek dengan bagian *background* disebut tepi obyek. Tepi ditandai dengan adanya perubahan

intensitas yang bersifat lokal dalam citra dan muncul pada batas antara dua daerah yang berbeda nilai intensitasnya dalam citra. Deteksi tepi berperan penting dalam pengembangan algoritma untuk analisis fitur-fitur citra dan segmentasi citra (Ahmad, 2005).

Salah satu operator deteksi tepi adalah operator Sobel. Operator Sobel merupakan operator yang paling banyak digunakan sebagai pelacak tepi karena kesederhanaan dan keampuhannya. Dalam media satu dimensi, sebuah tepi dihubungkan dengan puncak lokal pada fungsi turunan pertama dari intensitas. Gradien adalah hasil pengukuran perubahan dalam sebuah fungsi intensitas. Perubahan mendadak pada nilai intensitas dalam suatu citra dapat dilacak menggunakan perkiraan diskrit pada gradien. Operator Sobel bekerja untuk menghindari gradien yang dihitung pada titik interpolasi dari *pixel-pixel* yang terlibat dengan menggunakan jendela 3x3 untuk perhitungan gradien, sehingga perkiraan gradien berada tepat di tengah jendela. Misalkan *pixel-pixel* tetangga dari *pixel* $p_0 = (x, y)$ ditunjukkan dalam Gambar 2.2 (Ahmad, 2005).

p_1	p_2	p_3
p_8	(x, y)	p_4
p_7	p_6	p_5

Gambar 2.2 Susunan *Pixel-Pixel* Tetangga dari *Pixel* $p_0 = (x, y)$

Maka berdasarkan susunan *pixel* di atas besaran gradien yang dihitung dengan operator Sobel sesuai dalam persamaan (2.4).

$$M = \sqrt{s_x^2 + s_y^2} \quad (2.4)$$

di mana M adalah gradien yang dihitung pada titik tengah jendela dan turunan parsial dihitung dengan persamaan (2.5).

$$\begin{aligned} s_x &= (p_3 + cp_4 + p_5) - (p_1 + cp_8 + p_7) \\ s_y &= (p_1 + cp_2 + p_3) - (p_7 + cp_6 + p_5) \end{aligned} \quad (2.5)$$

Misalkan c merupakan suatu konstanta bernilai 2, maka s_x dan s_y dapat diimplementasikan dengan menggunakan jendela pada Gambar 2.3.

$s_x =$	-1	0	1
	-2	0	2
	-1	0	1

$s_y =$	1	2	1
	0	0	0
	-1	-2	-1

Gambar 2.3 Implementasi Operator Sobel

Operator Sobel memberikan pembobot pada *pixel-pixel* yang lebih dekat dengan titik pusat jendela, dengan demikian pengaruh *pixel* tetangga akan berbeda sesuai dengan letaknya terhadap titik di mana gradien dihitung. Selain itu, perhitungan gradien juga merupakan gabungan dari posisi vertikal dan horizontal.

2.5.3 Operasi Morfologi

Morfologi digital adalah suatu cara untuk menganalisis atau mendeskripsikan bentuk dari obyek dalam citra digital. Dasar morfologi digital adalah citra terdiri dari serangkaian *pixel-pixel* yang membentuk sekumpulan data dalam struktur dua dimensi. Operasi morfologi pada serangkaian *pixel-pixel* tersebut dapat digunakan untuk meningkatkan aspek khusus dari struktur citra sehingga dapat lebih mudah untuk dihitung dan dikenali (Ahmad, 2005). Operasi morfologi digital diantaranya adalah dilasi dan erosi serta *opening* dan *closing*, yang masing-masing akan dijelaskan sebagai berikut.

a. Dilasi dan Erosi

Dilasi pada operasi morfologi dapat diartikan sebagai penumbuhan atau penebalan dalam citra biner (Prasetyo, 2011) atau dapat diartikan pula sebagai operasi untuk menambahkan *pixel-pixel* obyek (Ahmad, 2005). Penebalan tersebut dikontrol oleh elemen penstruktur (*structuring element*) atau dikenal dengan *strel*. Jika A dan B adalah anggota Z^2 , dilasi antara A dan B dinyatakan $A \oplus B$ dan didefinisikan dalam persamaan (2.6) (Prasetyo, 2011).

$$A \oplus B = \left\{ z \mid \left(\widehat{B} \right)_z \cap A \neq \emptyset \right\} \quad (2.6)$$

Persamaan (2.6) didasarkan perefleksian B terhadap originnya, dan penggeseran refleksi oleh z . Dilasi A oleh B kemudian adalah himpunan semua *displacement* z , sebagaimana B dan A *overlap* oleh paling sedikit satu elemen. Oleh karena itu persamaan (2.6) ekuivalen dengan persamaan (2.7) (Prasetyo, 2011).

$$A \oplus B = \left\{ z \mid \left[\left(\hat{B} \right)_z \cap A \right] \subseteq A \right\} \quad (2.7)$$

Himpunan B adalah *strel*, sedangkan A himpunan obyek citra yang terdilasi. Dilasi berguna diterapkan dalam obyek-obyek yang terputus dikarenakan hasil pengambilan citra yang terganggu oleh *noise* atau disebabkan resolusi yang rendah, dengan melakukan dilasi maka obyek atau tepi citra dapat disambung kembali.

Jika dilasi dapat diartikan sebagai operasi untuk menambah *pixel-pixel* obyek, maka erosi kebalikan dari dilasi yaitu operasi untuk mengurangi *pixel-pixel* obyek (Ahmad, 2005). Jika A dan B himpunan dalam Z^2 , erosi antara A dan B dinyatakan $A \ominus B$ yang didefinisikan dalam persamaan (2.8) (Prasetyo, 2011).

$$A \ominus B = \left\{ z \mid (B)_z \subseteq A \right\} \quad (2.8)$$

Persamaan (2.8) menunjukkan bahwa erosi A oleh B adalah kumpulan semua titik di mana B ditranslasikan oleh z di dalam isi A , dan B merupakan *strel*. Persamaan (2.8) dapat ditulis kembali secara ekuivalen dengan persamaan (2.9).

$$A \ominus B = \left\{ z \mid (B)_z \cap A^c = \emptyset \right\} \quad (2.9)$$

Erosi dianalogikan bahwa *strel* digerakkan sepanjang sebelah luar tepi citra (di luar *pixel* paling tepi) dan *origin strel* ditempatkan pada *pixel background* yang ditemui tersebut. Untuk setiap irisan *pixel strel* dengan daerah di dalam citra maka *pixel* irisan tersebut merupakan hasil erosi dan *pixel* tersebut akan bergabung menjadi *background* dalam citra biner (Prasetyo, 2011).

b. *Opening* dan *Closing*

Operasi morfologi yang lain adalah *opening* dan *closing*. Secara umum *opening* adalah proses menghaluskan garis-garis bentuk objek, menghilangkan bagian-bagian yang sempit dan menghilangkan penonjolan-penonjolan yang tipis, sedangkan *closing* cenderung menghaluskan garis-garis bentuk namun kebalikan dari *opening*, yaitu menolak pecahan-pecahan sempit yang panjang dan tipis, menghilangkan lubang kecil dan mengisi *gap* pada garis-garis bentuk (Prasetyo, 2011).

Opening himpunan A oleh *strel* B dinyatakan dengan $A \circ B$ didefinisikan pada persamaan (2.10).

$$A \circ B = (A \ominus B) \oplus B \quad (2.10)$$

Persamaan (2.10) menunjukkan bahwa *opening* A oleh B adalah erosi A oleh B , diikuti dengan dilasi hasil tersebut dengan B . Dengan menggunakan cara yang sama, *closing* dari himpunan A oleh *strel* B dinyatakan dengan $A \bullet B$ yang didefinisikan pada persamaan (2.11).

$$A \bullet B = (A \oplus B) \ominus B \quad (2.11)$$

Persamaan (2.11) menunjukkan bahwa *closing* A oleh B adalah dilasi A oleh B diikuti erosi hasil tersebut dengan B (Prasetyo, 2011).

2.6 Model Based Clustering

Dalam segmentasi citra, *clustering* digunakan untuk mengelompokkan setiap *pixel* berdasarkan karakteristik terukur dengan menggunakan pengukuran numerik. Salah satu metode *clustering* adalah *Model Based Clustering*. Metode *Model Based Clustering* merupakan alternatif untuk mengetahui berapa banyak *cluster* yang dibutuhkan dan penanganan *noise* dalam metode heuristik seperti *Partitioning Method* dan *Hierarchical Clustering*. *Model Based Clustering* didasarkan pada model probabilitas data, di mana data berasal dari beberapa fungsi distribusi. Jadi alasan membagi data dalam beberapa kelompok adalah data berasal dari campuran beberapa distribusi yang model probabilitasnya berbeda (Shi, 2005).

Mixture model adalah salah satu model khusus yang dapat digunakan untuk memodelkan data yang populasinya merupakan susunan dari beberapa sub populasi atau kelompok. Setiap sub populasi adalah komponen penyusun dari model *mixture* serta mempunyai proporsi yang bervariasi untuk setiap komponennya (Gelman, et al., 2014). *Mixture model* menggabungkan sejumlah komponen yang kemungkinan berasal dari distribusi yang sama atau berbeda-beda sehingga dapat memberikan gambaran mengenai sifat-sifat dari data. *Mixture model* dapat dinyatakan dalam persamaan (2.12) dengan banyaknya komponen penyusun model disebut *finite mixture model* (McLachlan & Peel, 2000; Iriawan, 2001).

$$f(y|\mathbf{\theta}, \mathbf{w}) = \sum_{j=1}^k w_j g_j(y|\mathbf{\theta}_j) \quad (2.12)$$

di mana :

- $f(y|\mathbf{\theta}, \mathbf{w})$ = fungsi densitas dari model *mixture*
 $g_j(y|\mathbf{\theta}_j)$ = fungsi densitas ke- j dari sebanyak k komponen penyusun model distribusi *mixture*
 $\mathbf{\theta}_j$ = vektor parameter dengan elemen-elemen $(\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_r), j = 1, 2, \dots, k$
 \mathbf{w} = vektor parameter proporsi dengan elemen-elemen (w_1, w_2, \dots, w_k)
 w_j = parameter proporsi komponen distribusi *mixture*
 dengan $\sum_{j=1}^k w_j = 1$ serta $0 \leq w_j \leq 1, j = 1, 2, \dots, k$
 k = banyaknya distribusi sebagai komponen penyusun distribusi *mixture*

Dalam mengestimasi parameter dari distribusi *mixture*, berbagai pendekatan dikembangkan diantaranya metode momen, metode grafik, metode *maximum likelihood* dan pendekatan Bayesian, namun tidak ada metode yang memberikan formula eksplisit dalam menaksir parameter model *mixture* (McLachlan & Peel, 2000). *Maximum Likelihood Estimation* (MLE) banyak digunakan dalam mengestimasi parameter distribusi *mixture* dengan fungsi *likelihood* dalam persamaan (2.13) (Shi, 2005).

$$L(\mathbf{y}|\mathbf{\theta}) \propto \prod_{i=1}^n f(y_i|\theta_j) = \prod_{i=1}^n \sum_{j=1}^k w_j g_j(y_i|\theta_j) \quad (2.13)$$

Solusi akan mudah dicari dengan menggunakan fungsi *log* dari *likelihood* yang ditulis dalam persamaan (2.14).

$$l(\mathbf{\theta}; \mathbf{y}) = \sum_{i=1}^n \log(f(y_i|\theta_j)) = \sum_{i=1}^n \log\left(\sum_{j=1}^k w_j g_j(y_i|\theta_j)\right) \quad (2.14)$$

Umumnya tidak ada solusi tertutup untuk memaksimalkan fungsi *log-likelihood* di atas dikarenakan model dasarnya adalah distribusi *mixture*. Sejak fungsi *log-likelihood* mengarah pada masalah optimasi non-linier, banyak metode diterapkan misalnya dengan menggunakan metode EM (*Expectation-Maximization*) *algorithm* (Shi, 2005).

2.7 Distribusi Neo-Normal

Analisis terhadap residual merupakan analisis yang paling penting dalam statistik dan pemodelan. Dalam pendekatan klasik, residual idealnya diasumsikan berdistribusi Normal $(0, \sigma^2)$. Namun kenyataannya, distribusi residual dapat miring dan bahkan berekor tebal atau tipis. Jika residual memiliki pola tersebut, maka dalam inferensi statistik parameter model tidak memberikan hasil yang baik. Relaksasi normalitas yang adaptif terhadap berbagai sifat penyimpangan terhadap Normal seperti sifat kemiringan dan bahkan berekor tebal atau tipis baik dalam identifikasi pola maupun pemodelan dapat diatasi dengan menggunakan distribusi *Nearly-Normal* atau Neo-Normal (Iriawan, 2012).

Tidak hanya dalam pemodelan, penggunaan distribusi Normal atau Gaussian juga sering digunakan dalam *clustering*. Salah satu *Model Based Clustering* yang banyak diminati adalah Gaussian *Mixture Model* (GMM). Kekurangan dari distribusi Gaussian dalam *clustering* adalah sifatnya yang berekor pendek sehingga jika memerlukan model dengan ekor lebih panjang dapat didekati dengan banyak komponen distribusi Gaussian dalam membentuk *model mixture*. Oleh karena itu untuk mengatasi kesulitan tersebut digunakan distribusi Neo-Normal. Beberapa distribusi Neo-Normal diantaranya adalah distribusi *Exponential Power* yang dibangun dari distribusi yang mampu menjaga kesimetriannya pada *mean* (Box & Tiao, 1973). Distribusi Neo-Normal yang lain adalah distribusi Normal Miring (*Skew Normal*) yang mampu mengakomodasi sifat simetris maupun miring namun modus distribusi tidak stabil pada parameter lokasinya oleh Azzalini (1985). Fernandez & Steel (1998) memperkenalkan versi baru dari *Skew Normal* model

yang kemudian diberi nama distribusi Fernandez-Steel *Skew Normal* (FSSN) (Castillo, Gomez, Leiva, & Sanhueza, 2011). Distribusi Neo-Normal lain dikembangkan oleh Iriawan (2000) yaitu distribusi *Modified Stable Burr* (MSBurr), ketika MSBurr mengaproksimasi densitas Normal maka dinamai MSNBurr, sedangkan ketika MSBurr mengaproksimasi densitas *Student's t* maka dinamai MSTBurr.

2.8.1 Fernandez-Steel *Skew Normal Distribution* (FSSN)

Distribusi Fernandez-Steel *Skew Normal* (FSSN) merupakan distribusi yang membentuk distribusi Normal atau Gaussian maupun *Student's t* yang mampu dimiringkan secara adaptif, artinya distribusi Normal miring yang dapat stabil dalam modus distribusinya. Fernandez & Steel (1998) dengan distribusi Normal membelahnya menjadi dua bagian yaitu sisi negatif dan sisi positif. Misal ε adalah suatu residual model yang mempunyai kemungkinan nilai $-\infty < \varepsilon < \infty$ adalah berdistribusi Normal, $\varepsilon \sim N(0, \sigma^2)$, maka distribusi FSSN untuk variabel ε didefinisikan dalam persamaan (2.15).

$$f(\varepsilon|\gamma) = \frac{2}{\gamma + \frac{1}{\gamma}} \left\{ f\left(\frac{\varepsilon}{\gamma}\right) I_{[0, \infty)}(\varepsilon) + f(\gamma\varepsilon) I_{(-\infty, 0)}(\varepsilon) \right\} \quad (2.15)$$

di mana $\gamma = (0, \infty)$. Parameter γ menjadi $\frac{\varepsilon}{\gamma}$ untuk $\varepsilon \geq 0$ dan $\varepsilon\gamma$

untuk $\varepsilon < 0$, sehingga ketika $\gamma = 1$, distribusi asli akan dapat dipertahankan sesuai dalam persamaan (2.16).

$$f(\varepsilon|\gamma=1) = f(\varepsilon) \quad (2.16)$$

Untuk sisi negatif dan positif dalam distribusi FSSN sesuai pada persamaan (2.15) akan berlaku sifat yang ditunjukkan dalam persamaan (2.17) dan (2.18).

$$\frac{f(\varepsilon \geq 0|\gamma)}{f(\varepsilon < 0|\gamma)} = \gamma^2 \quad (2.17)$$

$$f(\varepsilon|\gamma) = f\left(-\varepsilon \left| \frac{1}{\gamma} \right.\right) \quad (2.18)$$

Distribusi tersebut akan kehilangan sifat kesimetriannya pada saat $\gamma \neq 1$, akan miring ke kiri apabila parameter $\gamma < 1$ dan akan miring ke kanan apabila $\gamma > 1$. Namun kedua pola distribusi tersebut menunjukkan dua distribusi yang hampir simetri kemiringannya serta tetap terjaga modus distribusinya.

2.8 Pendekatan Bayesian

Terdapat dua pendekatan yang dikenal dalam teori estimasi parameter yaitu pendekatan statistika klasik dan statistika global atau Bayesian. Pendekatan statistika klasik memandang parameter sebagai parameter bernilai tetap, sedangkan statistika Bayesian memandang parameter sebagai variabel *random* yang memiliki distribusi yang disebut distribusi *prior* (Ntzoufras, 2009).

Jika Y adalah variabel *random* yang mengikuti pola distribusi tertentu dengan densitas, $f(\mathbf{y}|\boldsymbol{\theta})$, dimana $\boldsymbol{\theta} = (\theta_1 \ \theta_2 \ \dots \ \theta_d)^T$ merupakan vektor parameter berukuran d dan $\mathbf{y} = (y_1 \ y_2 \ \dots \ y_m)^T$ adalah vektor sampel berukuran m yang memiliki distribusi identik dan independen, maka *joint distribution* dari $\boldsymbol{\theta}$ dan \mathbf{y} dapat dituliskan dalam persamaan (2.19) (Box & Tiao, 1973).

$$f(\mathbf{y}|\boldsymbol{\theta})f(\boldsymbol{\theta}) = f(\mathbf{y}, \boldsymbol{\theta}) = f(\boldsymbol{\theta}|\mathbf{y})f(\mathbf{y}) \quad (2.19)$$

Berdasarkan teorema Bayes, dari persamaan (2.19) dapat ditentukan distribusi *posterior* dari $\boldsymbol{\theta}$, $f(\boldsymbol{\theta}|\mathbf{y})$, sesuai dalam persamaan (2.20).

$$f(\boldsymbol{\theta}|\mathbf{y}) = \frac{f(\mathbf{y}|\boldsymbol{\theta})f(\boldsymbol{\theta})}{f(\mathbf{y})} \quad (2.20)$$

dengan $f(\mathbf{y}|\boldsymbol{\theta})$ merupakan fungsi *likelihood* yang berisi informasi sampel data, sedangkan $f(\boldsymbol{\theta})$ adalah fungsi distribusi *prior* dari $\boldsymbol{\theta}$ dan $f(\mathbf{y})$ adalah fungsi konstanta densitas, di mana:

$$f(\mathbf{y}) = \begin{cases} \int f(\mathbf{y}|\boldsymbol{\theta})f(\boldsymbol{\theta}) \, d\boldsymbol{\theta} , & \text{jika } \boldsymbol{\theta} \text{ kontinu} \\ \sum f(\mathbf{y}|\boldsymbol{\theta})f(\boldsymbol{\theta}) , & \text{jika } \boldsymbol{\theta} \text{ diskrit} \end{cases} \quad (2.21)$$

Persamaan (2.20) dapat dinyatakan dalam bentuk proporsional sesuai dalam persamaan (2.22).

$$f(\boldsymbol{\theta}|\mathbf{y}) \propto f(\mathbf{y}|\boldsymbol{\theta})f(\boldsymbol{\theta}) \quad (2.22)$$

Berdasarkan persamaan (2.22) diketahui bahwa distribusi *posterior* merupakan perpaduan antara distribusi *prior* dengan data observasi penyusun fungsi *likelihood*.

2.9.1 Distribusi Prior

Distribusi *prior* merupakan informasi awal yang dibutuhkan dalam membentuk distribusi *posterior*. Selain itu, juga diperlukan pula informasi dari sampel yang dibentuk melalui *likelihood*. Terdapat beberapa macam distribusi *prior* yang dikenal dalam metode Bayesian yaitu sebagai berikut :

1. *Proper* dan *improper prior*, di mana penentuan distribusi *prior* didasarkan pada pembobotan di setiap titik sehingga terdistribusi secara *uniform* atau tidak (Ntzoufras, 2009).
2. *Conjugate prior* dan *non conjugate prior*, di mana penentuan distribusi *prior* tergantung pada fungsi *likelihood* data. Jika sesuai dengan fungsi *likelihood* data maka disebut *conjugate prior* dan sebaliknya (Box & Tiao, 1973; Ntzoufras, 2009).
3. *Informative prior* dan *uninformative prior*, di mana penentuan distribusi *prior* terkait pada diketahui atau tidaknya pola distribusi data. Jika diketahui pola distribusi data disebut *informative prior* dan sebaliknya (Box & Tiao, 1973; Ntzoufras, 2009).
4. *Pseudo prior*, di mana penentuan distribusi *prior* disetarakan hasil dari pendapat kaum *frequentist*, misalkan distribusi *prior* ditentukan berdasarkan hasil dari estimasi parameter model regresi dengan metode *Ordinary Least Squares* (OLS) (Carlin & Chib, 1995).

2.9.2 Markov Chain Monte Carlo (MCMC)

Pada model yang kompleks, terlalu sulit untuk memperbarui parameter dari sampel melalui distribusi *posterior*. Namun dengan *Markov Chain Monte Carlo* (MCMC) dapat menyelesaikan kesulitan tersebut. MCMC dapat digunakan untuk membentuk model yang sangat kompleks, berdimensi tinggi atau sifat data yang berkorelasi tinggi (Carlin & Chib, 1995). Ide dasar dari MCMC adalah

membangkitkan sebuah *Markov Chain* dengan menggunakan simulasi *Monte Carlo* yang beriterasi, sehingga didapatkan distribusi *posterior* yang stasioner (*steady state*) (Ntzoufras, 2009). *Markov Chain* adalah suatu proses stokastik dari $\{\boldsymbol{\theta}^{(1)}, \boldsymbol{\theta}^{(2)}, \dots, \boldsymbol{\theta}^{(T)}\}$ sedemikian sehingga sesuai dalam persamaan (2.23).

$$f(\boldsymbol{\theta}^{(t+1)} | \boldsymbol{\theta}^{(t)}, \dots, \boldsymbol{\theta}^{(1)}) = f(\boldsymbol{\theta}^{(t+1)} | \boldsymbol{\theta}^{(t)}) \quad (2.23)$$

dengan distribusi dari $\boldsymbol{\theta}$ pada saat $t+1$ hanya dipengaruhi oleh satu nilai sebelumnya atau t saja, sehingga $f(\boldsymbol{\theta}^{(t+1)} | \boldsymbol{\theta}^{(t)})$ bersifat independen pada waktu t . Ketika $t \rightarrow \infty$ distribusi dari $\boldsymbol{\theta}^{(t)}$ akan konvergen menuju distribusi tertentu, di mana $\boldsymbol{\theta}^{(t)}$ independen terhadap nilai awal dari rantai tersebut, $\boldsymbol{\theta}^{(0)}$ (Ntzoufras, 2009).

Proses MCMC dilakukan dengan cara membangkitkan *Markov Chain* yang konvergen terhadap distribusi *posterior* dari parameter yang diestimasi. Kondisi tersebut dinamai kondisi stasioner atau *equilibrium*. Sampel parameter dalam *Markov Chain* diambil setelah kondisi *equilibrium* tercapai. Jadi sampel yang diperoleh dijamin merupakan sampel dari distribusi *posterior* dari parameter tersebut. Algoritma untuk mendapatkan distribusi *posterior* dengan MCMC adalah sebagai berikut (Ntzoufras, 2009).

1. Menentukan *initial value* (nilai awal), $\boldsymbol{\theta}^{(0)}$.
2. Membangkitkan T sampel $\{\boldsymbol{\theta}^{(1)}, \boldsymbol{\theta}^{(2)}, \dots, \boldsymbol{\theta}^{(T)}\}$ dari distribusi *posterior*, $f(\boldsymbol{\theta} | \mathbf{y})$ secara *full conditional*. T sampel dibangkitkan dengan menggunakan *Gibbs Sampling* yang dijelaskan dalam sub bab 2.9.3.
3. Mengamati konvergensi algoritma, jika belum konvergen maka sampel perlu dibangkitkan lebih banyak.
4. Menentukan dan membuang B sampel pertama (*burn in*), periode *burn in* akan berakhir saat kondisi *equilibrium* tercapai.
5. Mengambil sejumlah $T-B$ sampel dari distribusi *posterior* yaitu $\{\boldsymbol{\theta}^{(B+1)}, \boldsymbol{\theta}^{(B+2)}, \dots, \boldsymbol{\theta}^{(T)}\}$.

6. Membuat plot distribusi *posterior*.
7. Mendapatkan ringkasan distribusi *posterior* seperti *mean*, median, standar deviasi dan 95% *credible interval*.

2.9.3 Gibbs Sampling

Gibbs sampling merupakan sebuah teknik yang digunakan untuk membangkitkan variabel *random* dari suatu distribusi marginal secara langsung tanpa harus menghitung fungsi densitas distribusi tersebut. Proses *Gibbs sampling* meliputi pengambilan sampel dari variabel *random* berdasarkan sifat-sifat dasar proses *Markov Chain*. *Gibbs sampling* berguna dalam mengestimasi parameter model kompleks yang mempunyai tingkat kerumitan dalam proses integrasi yang sulit jika diselesaikan secara analitis (Casella & George, 1992). Kelebihan *Gibbs sampling* yaitu variabel *random* dibangkitkan dengan konsep distribusi unidimensional yang terstruktur sebagai distribusi *full conditional*. Ntzoufras (2009) memaparkan algoritma *Gibbs sampling* sebagai berikut :

1. Menetapkan nilai awal $\boldsymbol{\theta}^{(0)}$
2. Untuk $t=1,2,\dots,T$, ulangi langkah berikut.
 - a. Menentukan $\boldsymbol{\theta} = \boldsymbol{\theta}^{(t-1)}$
 - b. Untuk $r=1,2,\dots,d$, update θ_r dari $\theta_r \sim f(\theta_r | \boldsymbol{\theta}_{\setminus r}, \mathbf{y})$
 - c. Menentukan $\boldsymbol{\theta}^{(t)} = \boldsymbol{\theta}$ dan menggunakannya untuk membangkitkan iterasi ke $t+1$

Berikut merupakan proses sampling untuk mendapatkan nilai $\boldsymbol{\theta}^{(t)}$:

$$\theta_1^{(t)} \text{ dari } f(\theta_1 | \theta_2^{(t-1)}, \theta_3^{(t-1)}, \dots, \theta_d^{(t-1)}, \mathbf{y}),$$

$$\theta_2^{(t)} \text{ dari } f(\theta_2 | \theta_1^{(t)}, \theta_3^{(t-1)}, \dots, \theta_d^{(t-1)}, \mathbf{y}),$$

⋮

$$\theta_r^{(t)} \text{ dari } f(\theta_r | \theta_1^{(t)}, \theta_2^{(t)}, \dots, \theta_{r-1}^{(t)}, \theta_{r+1}^{(t-1)}, \dots, \theta_d^{(t-1)}, \mathbf{y}),$$

⋮

$$\theta_d^{(t)} \text{ dari } f(\theta_d | \theta_1^{(t)}, \theta_2^{(t)}, \dots, \theta_{d-1}^{(t)}, \mathbf{y}).$$

Pembangkitan $f(\theta_r | \theta_{\setminus r}, \mathbf{y}) = f(\theta_r | \theta_1^{(t)}, \theta_2^{(t)}, \dots, \theta_{r-1}^{(t)}, \theta_{r+1}^{(t-1)}, \dots, \theta_d^{(t-1)}, \mathbf{y})$, relatif mudah karena merupakan distribusi univariat dan dapat ditulis sebagai $f(\theta_r | \theta_{\setminus r}, \mathbf{y}) \propto f(\theta | \mathbf{y})$, di mana semua variabel lain kecuali θ_j adalah konstan.

2.10 Silhouette Index (SI)

Salah satu ukuran untuk memvalidasi kluster tunggal (satu kluster dari sejumlah kluster) maupun keseluruhan kluster adalah *Silhouette Index (SI)*. Dalam menghitung nilai *SI* sebuah data ke- i diperlukan \mathbf{a}_i dan \mathbf{b}_i , dimana \mathbf{a}_i merupakan rata-rata semua jarak data ke- i dengan data lainnya dalam satu kluster, sedangkan \mathbf{b}_i merupakan minimum dari rata-rata jarak data ke- i terhadap data lainnya bukan dalam kluster yang sama. Nilai *Silhouette Index (SI)* dirumuskan dalam persamaan (2.24) (Tan, Steinbach, & Kumar, 2005).

$$SI_i^j = \frac{b_i^j - a_i^j}{\max(a_i^j, b_i^j)} \quad (2.24)$$

dengan besarnya nilai a_i^j dan b_i^j dituliskan sesuai dalam persamaan (2.25) dan (2.26). Di mana $d(x_i^j, x_r^i)$ adalah jarak *squared Euclidean* data ke- i dengan data ke- r dan m_j adalah jumlah data dalam kluster ke- j . a_i^j mengukur seberapa tidak mirip sebuah data dengan kluster yang diikutinya, sedangkan b_i^j mengukur seberapa tidak mirip sebuah data dengan kluster lainnya.

$$a_i^j = \frac{1}{m_n - 1} \sum_{\substack{r=1 \\ r \neq i}}^{m_n} d(x_i^j, x_r^i), i = 1, 2, \dots, m_j \quad (2.25)$$

$$b_i^j = \min_{\substack{n=1, \dots, k \\ n \neq j}} \left\{ \frac{1}{m_n} \sum_{\substack{r=1 \\ r \neq i}}^{m_n} d(x_i^j, x_r^n) \right\}, i = 1, 2, \dots, m_n \quad (2.26)$$

Nilai SI sebuah klaster merupakan nilai rata-rata SI semua data yang tergabung dalam klaster tersebut, sehingga dapat dirumuskan dalam persamaan (2.27) dan nilai SI keseluruhan adalah rata-rata semua SI klaster yang dirumuskan dalam persamaan (2.28) (Tan, Steinbach, & Kumar, 2005).

$$SI_j = \frac{1}{m_j} \sum_{i=1}^{m_j} SI_i^j \quad (2.27)$$

$$SI = \frac{1}{k} \sum_{j=1}^k SI_j \quad (2.28)$$

Nilai SI mempunyai *range* $[-1,1]$. Jika SI semakin mendekati 1 mengindikasikan semakin tepatnya data tersebut berada dalam klaster yang diikuti. Jika nilai SI sebesar 0 maka data tersebut berada di perbatasan antara dua klaster, sedangkan jika bernilai negatif mengindikasikan data tersebut tidak tepat berada dalam klaster yang diikutinya.

2.11 Metode *Acceptance Rejection* (AR)

Metode *Acceptance Rejection* (AR) dikembangkan dengan tidak terlalu memperhatikan jenis dan bentuk distribusi variabel random yang akan dibangkitkan. Dalam metode AR dengan hanya mengetahui nilai maksimum fungsi densitasnya dan nilai probabilitas suatu variabel random sudah cukup untuk mendapatkan nilai bangkitan randomnya. Algoritma AR dapat dijelaskan sebagai berikut :

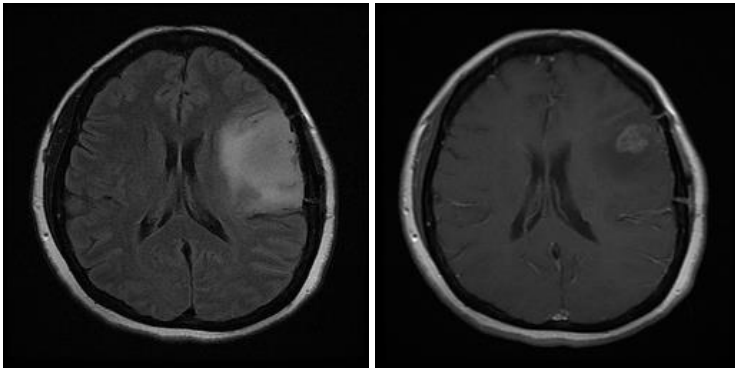
1. Menentukan fungsi yang akan dibangkitkan, g
2. Menemukan konstanta c sehingga $f(x)/g(x) \leq c$ untuk semua x
3. Membangkitkan U yang berdistribusi $U(0,1)$
4. Membangkitkan bilangan random v dari g
5. Melakukan pengujian jika $cu \leq f(x)/g(x)$ maka v diterima (proses penerimaan atau *accept*), jika tidak maka v ditolak (proses penolakan atau *reject*) dan kembali ke langkah 3.

Proses kerja metode *AR* tidak seperti metode Transformasi Invers yang secara efisien dapat membangkitkan variabel random dengan pemetaan satu-satu terhadap bilangan random $U(0,1)$. Dalam metode *AR* tidak semua bilangan random $U(0,1)$ dapat diterima sesuai dengan fungsi yang akan dibangkitkan, sehingga efisiensi metode *AR* lebih rendah. Namun peningkatan efisiensi metode *AR* dapat dilakukan, yaitu dengan memperkecil area penolakan (Gelman, et al., 2014).

BAB III METODOLOGI PENELITIAN

3.1 Sumber Data

Penelitian ini menggunakan data sekunder yaitu data rekam medis citra MRI tumor otak di Rumah Sakit Umum Daerah Dr. Soetomo Surabaya. Data citra MRI yang akan dilakukan segmentasi ada dua, di mana keduanya merupakan rekomendasi dari sudut pandang medis yaitu *sequence ax T2 Flair* IM21 dan *sequence ax T1 memp+C* IM8 yang ditunjukkan pada Gambar 3.1.



(a)

(b)

Gambar 3.1 Ax T2 Flair IM21 (a) dan Ax T1 Memp+C IM8 (b)

3.2 Variabel Penelitian dan Struktur Data

Variabel dalam penelitian ini adalah besarnya intensitas keabuan dalam setiap *pixel* citra MRI yang disebut dengan *grayscale*, dimana dapat direpresentasikan menjadi sebuah matriks berukuran $n \times n$. Elemen matriks tersebut berisi *grayscale* yang diwakili dengan nilai 0-255 sehingga berskala interval. Struktur data penelitian ini disajikan dalam Tabel 3.1.

Tabel 3.1 Struktur Data Penelitian

Baris ke- i	Kolom ke- j	Intensitas <i>Grayscale</i>
1	1	$y_{(1,1)}$
1	2	$y_{(1,2)}$

Tabel 3.1 Struktur Data Penelitian (Lanjutan)

Baris ke- i	Kolom ke- j	Intensitas <i>Grayscale</i>
\vdots	\vdots	\vdots
1	n	$y_{(1,n)}$
2	1	$y_{(2,1)}$
2	2	$y_{(2,2)}$
\vdots	\vdots	\vdots
2	n	$y_{(2,n)}$
\vdots	\vdots	\vdots
n	1	$y_{(n,1)}$
n	2	$y_{(n,2)}$
\vdots	\vdots	\vdots
n	n	$y_{(n,n)}$

3.3 Langkah Analisis

Tahapan analisis dalam penelitian ini setelah didapatkan data citra MRI tumor otak adalah sebagai berikut :

1. Melakukan inisialisasi input data citra MRI tumor otak *sequence ax T2 Flair IM21* dan *ax T1 memp+C IM8*.
2. Melakukan *preprocessing* data citra MRI tumor otak *sequence ax T2 Flair IM21* dan *ax T1 memp+C IM8*.

Preprocessing citra dilakukan dengan mengacu dalam Lampiran 2, di mana *syntax* tersebut merupakan *call function* dari *software* Matlab 9.0 R2016a. Algoritma dari *preprocessing* citra adalah sebagai berikut :

- a. Melakukan proses binerisasi atau *thresholding* sesuai dengan persamaan (2.3) untuk menghasilkan citra biner, di mana hanya terdapat dua warna pada citra yaitu hitam dan putih.
- b. Menentukan *head contour* yaitu batas antara *background* dan area kepala dengan cara mencari *pixel* pertama dan terakhir yang berwarna putih pada setiap baris.
- c. Melakukan proses *head masking* yaitu *blocking* menggunakan warna putih pada area *head contour*.
- d. Mengurangi citra hasil *head masking* pada langkah c dengan citra hasil *thresholding* pada langkah a.

- e. Melakukan operasi morfologi *opening* sesuai sub bab 2.5.3 pada citra hasil langkah d.
 - f. Melakukan proses deteksi tepi agar *pixel-pixel* area otak tidak terputus menggunakan operator Sobel sesuai sub bab 2.5.2.
 - g. Melakukan operasi morfologi *closing* sesuai sub bab 2.5.3 pada citra hasil deteksi tepi.
 - h. Menggabungkan citra hasil langkah g dan citra hasil langkah e untuk menyambung titik-titik yang terputus.
 - i. Melakukan proses *head masking* kembali yaitu *blocking* dengan warna putih pada citra hasil langkah h.
 - j. Mengurangi citra hasil langkah i dengan langkah h untuk menentukan area otak.
 - k. Melakukan operasi morfologi *opening* kembali pada citra hasil area otak (langkah j), inilah citra hasil *preprocessing*.
 - l. Mengembalikan *pixel-pixel* putih citra hasil *preprocessing* menjadi *grayscale*.
3. Melakukan segmentasi citra MRI tumor otak *sequence ax T2 Flair* IM21 dan *ax T1 memp+C* IM8 menggunakan FSSN *mixture model* dengan pendekatan Bayesian.
- Segmentasi citra dilakukan dengan mengacu pada Lampiran 3, di mana *syntax* tersebut dibuat melalui *software* Matlab 9.0 R2016a sesuai algoritma berikut :
- a. Mendefinisikan model *mixture* dengan distribusi FSSN.
- Model *mixture* dengan distribusi FSSN dijelaskan sebagai berikut :

Distribusi FSSN dengan distribusi dasar yang membentuk adalah distribusi Normal atau Gaussian, di mana PDF Gaussian ditunjukkan dalam persamaan (3.1).

$$f\left(\varepsilon|\mu,\sigma^2\right)=\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}\exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{\varepsilon-\mu}{\sigma}\right)^2\right] \quad (3.1)$$

dengan $-\infty < \varepsilon < \infty$, $-\infty < \mu < \infty$, $\sigma > 0$ dan $\gamma > 0$. PDF distribusi Gaussian tersebut akan digunakan untuk membentuk PDF distribusi FSSN.

Jika $r = \frac{\varepsilon}{\gamma}$ maka $E(r)$ dan $Var(r)$ dapat ditunjukkan dalam persamaan (3.2) dan (3.3).

$$E(r) = E\left(\frac{\varepsilon}{\gamma}\right) = \frac{1}{\gamma} E(\varepsilon) = \frac{\mu}{\gamma} \quad (3.2)$$

$$Var(r) = Var\left(\frac{\varepsilon}{\gamma}\right) = \frac{1}{\gamma^2} Var(\varepsilon) = \frac{\sigma^2}{\gamma^2} \quad (3.3)$$

sehingga PDF $f\left(r \left| \frac{\mu}{\gamma}, \frac{\sigma^2}{\gamma^2} \right.\right)$ sesuai dalam persamaan (3.4).

$$\begin{aligned} f\left(\frac{\varepsilon}{\gamma} \left| \frac{\mu}{\gamma}, \frac{\sigma^2}{\gamma^2} \right.\right) &= \frac{1}{\frac{\sigma}{\gamma} \sqrt{2\pi}} \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{\frac{\varepsilon}{\gamma} - \frac{\mu}{\gamma}}{\frac{\sigma}{\gamma}} \right)^2 \right] \\ &= \frac{1}{\frac{\sigma}{\gamma} \sqrt{2\pi}} \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{\varepsilon - \mu}{\sigma} \right)^2 \right] \end{aligned} \quad (3.4)$$

Jika $s = \varepsilon\gamma$ maka $E(s)$ dan $Var(s)$ dapat ditunjukkan dalam persamaan (3.5) dan (3.6).

$$E(s) = E(\varepsilon\gamma) = \gamma E(\varepsilon) = \gamma\mu \quad (3.5)$$

$$Var(s) = Var(\varepsilon\gamma) = \gamma^2 Var(\varepsilon) = \gamma^2 \sigma^2 \quad (3.6)$$

sehingga untuk PDF $f\left(s \left| \gamma\mu, \gamma^2\sigma^2 \right.\right)$ ditunjukkan dalam persamaan (3.7).

$$\begin{aligned} f\left(\varepsilon\gamma \left| \gamma\mu, \gamma^2\sigma^2 \right.\right) &= \frac{1}{\gamma\sigma \sqrt{2\pi}} \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{\varepsilon\gamma - \gamma\mu}{\gamma\sigma} \right)^2 \right] \\ &= \frac{1}{\gamma\sigma \sqrt{2\pi}} \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{\varepsilon - \mu}{\sigma} \right)^2 \right] \end{aligned} \quad (3.7)$$

Perbandingan antara $f(\varepsilon \geq 0 | \gamma)$ dengan $f(\varepsilon < 0 | \gamma)$ ditunjukkan dalam persamaan (3.8).

$$\begin{aligned}
\frac{f(\varepsilon \geq 0|\gamma)}{f(\varepsilon < 0|\gamma)} &= \frac{f\left(\frac{\varepsilon}{\gamma}\right)}{f(\varepsilon\gamma)} = \frac{f\left(r\left|\frac{\mu}{\gamma}, \frac{\sigma^2}{\gamma^2}\right.\right)}{f\left(s\left|\gamma\mu, \gamma^2\sigma^2\right.\right)} \\
&= \frac{\frac{1}{\sigma/\gamma\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{\varepsilon-\mu}{\sigma}\right)^2\right]}{\frac{1}{\gamma\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{\varepsilon-\mu}{\sigma}\right)^2\right]} \\
&= \gamma^2
\end{aligned} \tag{3.8}$$

Berdasarkan persamaan (2.15) maka didapatkan PDF Fernandez-Steel *Skew Normal* (FSSN) dalam persamaan (3.9) dengan distribusi dasar yang membentuk adalah distribusi Gaussian sesuai dalam persamaan (3.1). Dikarenakan data yang digunakan univariat maka $\varepsilon = y$, di mana y adalah data citra MRI tumor otak.

$$\begin{aligned}
f\left(y|\mu, \sigma, \gamma\right) &= \frac{2}{\gamma + \frac{1}{\gamma}} \left[\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{y-\mu}{\sigma}\right)^2\right] \right. \\
&\quad \left. \left\{ \frac{1}{\gamma^2} I_{[0,\infty)}(y) + \gamma^2 I_{(-\infty,0)}(y) \right\} \right]
\end{aligned} \tag{3.9}$$

dengan $0 \leq y \leq 255$, $0 \leq \mu \leq 255$, $\sigma > 0$ dan $\gamma > 0$. Dikarenakan $0 \leq y \leq 255$, maka $I_{[0,\infty)}(y)$ dapat diartikan sebagai y yang bernilai lebih dari atau sama dengan modulus atau *mean*, sedangkan $I_{(-\infty,0)}(y)$ diartikan sebagai y yang bernilai kurang dari modulus atau *mean*.

Jika diketahui Y_1, Y_2, \dots, Y_n adalah kumpulan *pixel* citra MRI tumor otak yang diasumsikan berasal dari distribusi *mixture* FSSN(μ, σ, γ), maka PDF dari *mixture* FSSN ditunjukkan dalam persamaan (3.10).

$$f(y|\boldsymbol{\mu}, \boldsymbol{\sigma}, \boldsymbol{\gamma}, \mathbf{w}) = \sum_{j=1}^k w_j f_j(y|\mu_j, \sigma_j, \gamma_j) \quad (3.10)$$

di mana $\sum_{j=1}^k w_j = 1$ dan $w_j > 0$. Dalam membentuk model

mixture memandang bahwa setiap *pixel* $y_i, i=1, 2, \dots, n$ akan menjadi anggota dari salah satu sub populasi yang belum diketahui. Jika alokasi setiap pengamatan di setiap sub populasi dari model *mixture* dinotasikan dengan z_i atau disebut variabel latent di mana $i=1, 2, \dots, n$, selanjutnya z_{ij} menunjukkan *pixel* y_i berasal dari sub populasi ke- j , dapat dituliskan dalam persamaan (3.11).

$$z_i = (z_{ij})_{j=1}^k = (z_{i1}, z_{i2}, \dots, z_{ik})$$

$$z_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{jika } \textit{pixel } y_i \text{ berasal dari sub populasi ke-} j \\ 0, & \text{untuk yang lainnya} \end{cases} \quad (3.11)$$

Untuk setiap z_i terdapat hanya satu z_{ij} yang bernilai 1 dan

lainnya 0, maka $\sum_{j=1}^k z_{ij} = 1$. Setiap z_i akan ada k sub popu-

lasi dengan peluang $w_j, j=1, 2, \dots, k$ dengan $w_j \in (0, 1)$.

Sehingga *pixel* citra MRI tumor otak yang diasumsikan berdistribusi Fernandez-Steel *Skew Normal* dengan parameter (μ, σ, γ) atau ditulis $f(y_i|z_{ij}) \sim \text{FSSN}(\mu_j, \sigma_j, \gamma_j)$,

di mana $f(z_{ij}=1|\mathbf{w}) = w_j$ dan $f(z_{ij}=0|\mathbf{w}) = 1 - w_j$, sehingga z_{ij} akan berdistribusi Bernouli (w_j) dan $z_i|\mathbf{w}$ berdistribusi Multinomial $(1, w_1, \dots, w_k)$. PDF dari variabel latent $z_i = (z_{ij})_{j=1}^k$ ditunjukkan dalam persamaan (3.12).

$$f(z_{i1}, \dots, z_{ik} | w_1, \dots, w_k) = \frac{1}{z_{ij}! \dots z_{ik}!} \prod_{j=1}^k w_j^{z_{ij}} \quad (3.12)$$

$$\propto \prod_{j=1}^k w_j^{z_{ij}}$$

Dikarenakan antar z_i independen, maka *joint density function* sesuai dalam persamaan (3.13).

$$f(z|w) = \prod_{i=1}^n f(z_i|w) = \prod_{i=1}^n \prod_{j=1}^k w_j^{z_{ij}} \quad (3.13)$$

- b. Membentuk fungsi *likelihood* berdasarkan model yang telah dibentuk pada langkah a.
Fungsi *likelihood* yang terbentuk dijelaskan sebagai berikut :

Fungsi *likelihood* untuk Fernandez-Steel *Skew Normal* (FSSN) *mixture model* yang terbentuk sesuai dalam persamaan (3.14).

$$L(\mathbf{y} | \mu_j, \sigma_j, \gamma_j, w_j) = \prod_{i=1}^n \sum_{j=1}^k w_j f_j(y_i | \mu_j, \sigma_j, \gamma_j)$$

$$= \prod_{i=1}^n \sum_{j=1}^k w_j \frac{2}{\gamma_j + \frac{1}{\gamma_j}} \left[\frac{1}{\sigma_j \sqrt{2\pi}} \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{y_i - \mu_j}{\sigma_j} \right)^2 \right] \right. \quad (3.14)$$

$$\left. \left\{ \frac{1}{\gamma_j^2} I_{[0, \infty)}(y_i) + \gamma_j^2 I_{(-\infty, 0)}(y_i) \right\} \right]$$

Joint density function dengan menggunakan variabel latent z_i yang digunakan untuk alokasi setiap pengamatan di setiap sub populasi dari model *mixture* dapat ditulis kembali dalam persamaan (3.15).

$$\begin{aligned}
& f(\mathbf{y}, \mathbf{z} | \mu_j, \sigma_j, \gamma_j, w_j) \\
&= \prod_{i=1}^n \prod_{j=1}^k \left\{ \frac{2}{\gamma_j + \frac{1}{\gamma_j}} \left[\frac{1}{\sigma_j \sqrt{2\pi}} \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{y_i - \mu_j}{\sigma_j} \right)^2 \right] \right. \right. \\
& \quad \left. \left. \left\{ \frac{1}{\gamma_j^2} I_{[0, \infty)}(y_i) + \gamma_j^2 I_{(-\infty, 0)}(y_i) \right\} \right] \right\}^{z_{ij}} \times \prod_{i=1}^n \prod_{j=1}^k \{w_j\}^{z_{ij}} \quad (3.15) \\
&= \prod_{i=1}^n \prod_{j=1}^k \left\{ w_j \frac{2}{\gamma_j + \frac{1}{\gamma_j}} \left[\frac{1}{\sigma_j \sqrt{2\pi}} \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{y_i - \mu_j}{\sigma_j} \right)^2 \right] \right. \right. \\
& \quad \left. \left. \left\{ \frac{1}{\gamma_j^2} I_{[0, \infty)}(y_i) + \gamma_j^2 I_{(-\infty, 0)}(y_i) \right\} \right] \right\}^{z_{ij}}
\end{aligned}$$

- c. Menentukan distribusi *prior* untuk masing-masing parameter.

Penentuan distribusi *prior* untuk masing-masing parameter dibahas sebagai berikut.

1. Distribusi *prior* untuk μ_j dan σ_j , untuk $j = 1, 2, \dots, k$
Webb & Copsey (2011) dan Gelman, Carlin, Stern, Dunson, Vehtari & Rubin (2014) memaparkan distribusi *prior* untuk μ dengan menggunakan distribusi Gaussian dan distribusi *prior* untuk σ dengan menggunakan distribusi Invers Gamma. Misalkan diketahui Y_1, Y_2, \dots, Y_n adalah variabel random berdistribusi Fernandez-Steel *Skew Normal* (μ) dan *prior* mengikuti distribusi Gaussian (η, φ), sehingga PDF *prior* diberikan dalam persamaan (3.16).

$$\begin{aligned}
f(\mu) &= \frac{1}{\varphi \sqrt{2\pi}} \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{\mu - \eta}{\varphi} \right)^2 \right], \quad (3.16) \\
0 &\leq \eta \leq 255, \varphi > 0
\end{aligned}$$

Misal diketahui Y_1, Y_2, \dots, Y_n adalah variabel random berdistribusi Fernandez-Steel *Skew Normal* (σ) dan *prior* mengikuti distribusi Invers Gamma (α, β), sehingga PDF *prior* diberikan dalam persamaan (3.17).

$$f(\sigma) = \frac{\beta^\alpha \sigma^{-(\alpha+1)} \exp(-\frac{\beta}{\sigma})}{\Gamma(\alpha)}, \alpha > 0, \beta > 0 \quad (3.17)$$

2. Distribusi *prior* untuk $\gamma_j, j = 1, 2, \dots, k$

Fernandez & Steel (1998) memaparkan distribusi *prior* untuk γ dengan menggunakan distribusi Gamma. Misal diketahui Y_1, Y_2, \dots, Y_n adalah variabel random berdistribusi Fernandez-Steel *Skew Normal* (γ) dan *prior* mengikuti distribusi Gamma (a, b), sehingga PDF *prior* diberikan dalam persamaan (3.18).

$$f(\gamma) = \frac{b^a \gamma^{a-1} \exp(-b\gamma)}{\Gamma(a)}, a > 0, b > 0 \quad (3.18)$$

3. Distribusi *prior* untuk $w_j, j = 1, 2, \dots, k$

Gelman, Carlin, Stern, Dunson, Vehtari & Rubin (2014) memaparkan distribusi *prior* untuk parameter proporsi *mixture* w dengan menggunakan distribusi Dirichlet. Persamaan (3.19) menunjukkan PDF distribusi Dirichlet order $k \geq 2$ dengan parameter $\delta = (\delta_1, \dots, \delta_k)$.

$$f(w_1, \dots, w_k | \delta_1, \dots, \delta_k) = \frac{1}{B(\delta)} \prod_{j=1}^k w_j^{\delta_j-1}, \quad (3.19)$$

$$\delta_j > 0, w_j \in (0, 1), \sum_{j=1}^k w_j = 1$$

Normalize Constant $B(\delta)$ adalah suatu fungsi multinomial beta atau *Multinomial Beta function* sebagai pembagi dalam PDF distribusi Dirichlet yang fungsinya ditunjukkan sebagai berikut :

$$B(\boldsymbol{\delta}) = \frac{\prod_{j=1}^k \Gamma(\delta_j)}{\Gamma\left(\sum_{j=1}^k \delta_j\right)}, \boldsymbol{\delta} = (\delta_1, \dots, \delta_k)$$

Misal diketahui w adalah parameter *mixture* distribusi FSSN yang diasumsikan berdistribusi Dirichlet atau $\mathbf{w} \sim \text{Dir}(w_1, \dots, w_k, \delta_1, \dots, \delta_k)$, $\delta_j = 1, \forall j = 1, 2, \dots, k$ sehingga PDF *prior* w sesuai dalam persamaan (3.20).

$$\begin{aligned} f(w_1, \dots, w_k, \delta_1, \dots, \delta_k) &= \frac{1}{B(\boldsymbol{\delta})} \prod_{j=1}^k w_j^{\delta_j-1} \\ &= \frac{\Gamma\left(\sum_{j=1}^k 1\right)}{\prod_{j=1}^k \Gamma(1)} \prod_{j=1}^k w_j^0 \\ &= \frac{\Gamma(k)}{\prod_{j=1}^k \Gamma(1)} = \frac{(k-1)!}{\prod_{j=1}^k (1)} \\ &= (k-1)! \end{aligned} \quad (3.20)$$

- d. Membentuk distribusi gabungan berdasarkan fungsi *likelihood* pada langkah b dan distribusi *prior* pada langkah c. *Joint density function* dapat dituliskan dalam persamaan (3.21).

$$f(\mathbf{y}, \mathbf{z}, \boldsymbol{\mu}, \boldsymbol{\sigma}, \boldsymbol{\gamma}, \mathbf{w}) = f(\mathbf{y}, \mathbf{z} | \boldsymbol{\mu}, \boldsymbol{\sigma}, \boldsymbol{\gamma}, \mathbf{w}) \cdot f(\boldsymbol{\mu}) \cdot f(\boldsymbol{\sigma}) \cdot f(\boldsymbol{\gamma}) \cdot f(\mathbf{w}) \quad (3.21)$$

dengan $\mathbf{w} = (w_j)_{j=1}^k$, $\mathbf{z} = (z_{ij})_{j=1}^k$, $\boldsymbol{\mu} = (\mu_j)_{j=1}^k$, $\boldsymbol{\sigma} = (\sigma_j)_{j=1}^k$

$\boldsymbol{\gamma} = (\gamma_j)_{j=1}^k$, $\mathbf{y} = (y_i)_{i=1}^n$ dan $\boldsymbol{\mu}, \boldsymbol{\sigma}, \boldsymbol{\gamma}, \mathbf{w}$ saling independen.

Setiap parameter antar sub populasi independen, sehingga *joint prior density* untuk $\boldsymbol{\mu}, \boldsymbol{\sigma}, \boldsymbol{\gamma}$ sesuai dalam persamaan (3.22).

$$\begin{aligned} f(\boldsymbol{\mu}) &= f(\mu_1) \times \dots \times f(\mu_k) \\ f(\boldsymbol{\sigma}) &= f(\sigma_1) \times \dots \times f(\sigma_k) \\ f(\boldsymbol{\gamma}) &= f(\gamma_1) \times \dots \times f(\gamma_k) \end{aligned} \quad (3.22)$$

dengan menggunakan pendekatan Bayesian, maka *joint posterior density* dapat diperoleh dalam persamaan (3.23).

$$\begin{aligned} f(\boldsymbol{\mu}, \boldsymbol{\sigma}, \boldsymbol{\gamma}, \mathbf{w}, \mathbf{z} | \mathbf{y}) &= \frac{f(\mathbf{y}, \boldsymbol{\mu}, \boldsymbol{\sigma}, \boldsymbol{\gamma}, \mathbf{w}, \mathbf{z})}{f(\mathbf{y})} \\ &\propto f(\mathbf{y}, \boldsymbol{\mu}, \boldsymbol{\sigma}, \boldsymbol{\gamma}, \mathbf{w}, \mathbf{z}) \\ &= f(\mathbf{y}, \mathbf{z} | \boldsymbol{\mu}, \boldsymbol{\sigma}, \boldsymbol{\gamma}, \mathbf{w}) f(\boldsymbol{\mu}) f(\boldsymbol{\sigma}) f(\boldsymbol{\gamma}) f(\mathbf{w}) \\ &= \prod_{i=1}^n \prod_{j=1}^k \left\{ w_j \frac{2}{\gamma_j + \frac{1}{\gamma_j}} \left[\frac{1}{\sigma_j \sqrt{2\pi}} \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{y_i - \mu_j}{\sigma_j} \right)^2 \right] \right. \right. \\ &\quad \left. \left. \left\{ \frac{1}{\gamma_j^2} I_{[0, \infty)}(y_i) + \gamma_j^2 I_{(-\infty, 0)}(y_i) \right\} \right] \right\}^{z_{ij}} \times \prod_{i=1}^n \prod_{j=1}^k (w_j)^{z_{ij}} \\ &\quad \times f(\mu_1) \times \dots \times f(\mu_k) \times f(\sigma_1) \times \dots \times f(\sigma_k) \times f(\gamma_1) \\ &\quad \times \dots \times f(\gamma_k) \times (k-1)! \end{aligned} \quad (3.23)$$

- e. Membentuk *full conditional posterior* dari distribusi gabungan langkah d, yang dijelaskan sebagai berikut :

Distribusi *full conditional posterior* digunakan dalam membangkitkan nilai parameter distribusi FSSN yang akan diestimasi yaitu $\boldsymbol{\mu}, \boldsymbol{\sigma}, \boldsymbol{\gamma}, \mathbf{w}$. *Full conditional posterior* menganggap parameter selain yang akan diestimasi bernilai konstan. Berikut merupakan penjabaran *full conditional posterior* untuk masing-masing parameter distribusi FSSN.

1. *Posterior* parameter $\mu_j, j = 1, 2, \dots, k$

Persamaan (3.24) menunjukkan *full conditional posterior* parameter $\mu_j, j = 1, 2, \dots, k$.

$$\begin{aligned}
 f(\boldsymbol{\mu} | \boldsymbol{\sigma}, \boldsymbol{\gamma}, \mathbf{w}, \mathbf{z}, \mathbf{y}) &\propto f(\mathbf{y} | \boldsymbol{\mu}, \boldsymbol{\sigma}, \boldsymbol{\gamma}, \mathbf{z}) f(\boldsymbol{\mu}) \\
 &= \prod_{i=1}^n \prod_{j=1}^k \left\{ \frac{2}{\gamma_j + \frac{1}{\gamma_j}} \left[\frac{1}{\sigma_j \sqrt{2\pi}} \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{y_i - \mu_j}{\sigma_j} \right)^2 \right] \right. \right. \\
 &\quad \left. \left. \left\{ \frac{1}{\gamma_j^2} I_{[0, \infty)}(y_i) + \gamma_j^2 I_{(-\infty, 0)}(y_i) \right\} \right]^{z_{ij}} \right\} \times \\
 &\quad \left\{ \frac{1}{\varphi_j \sqrt{2\pi}} \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{\mu_j - \eta_j}{\varphi_j} \right)^2 \right] \right\}
 \end{aligned} \tag{3.24}$$

Agar sederhana, maka persamaan (3.24) dipasangkan logaritma sehingga menjadi persamaan (3.25)

$$\begin{aligned}
 \log f(\mu_j | \sigma_j, \gamma_j, w_j, \mathbf{z}, \mathbf{y}) &= \text{constant} - \\
 &\frac{1}{2} \left(\frac{\mu_j - \eta_j}{\varphi_j} \right)^2 + \sum_{j=1}^k z_{ij} \left[-\frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \left(\frac{y_i - \mu_j}{\sigma_j} \right)^2 \right]
 \end{aligned} \tag{3.25}$$

karena $\sum_{j=1}^k z_{ij} = 1$, maka persamaan (3.25) menjadi per-

samaan (3.26) yang dibangkitkan dengan metode AR.

$$\begin{aligned}
 \log f(\mu_j | \sigma_j, \gamma_j, w_j, \mathbf{z}, \mathbf{y}) &= \text{constant} - \\
 &\frac{1}{2} \left(\frac{\mu_j - \eta_j}{\varphi_j} \right)^2 - \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \left(\frac{y_i - \mu_j}{\sigma_j} \right)^2
 \end{aligned} \tag{3.26}$$

di mana constant merupakan semua parameter yang tidak memuat parameter μ_j .

2. *Posterior* parameter $\sigma_j, j=1,2,\dots,k$

Persamaan (3.27) menunjukkan *full conditional posterior* parameter $\sigma_j, j=1,2,\dots,k$.

$$\begin{aligned}
 f(\boldsymbol{\sigma}|\boldsymbol{\mu},\boldsymbol{\gamma},\boldsymbol{w},\boldsymbol{z},\boldsymbol{y}) &\propto f(\boldsymbol{y}|\boldsymbol{\mu},\boldsymbol{\sigma},\boldsymbol{\gamma},\boldsymbol{z})f(\boldsymbol{\sigma}) \\
 &= \prod_{i=1}^n \prod_{j=1}^k \left\{ \frac{2}{\gamma_j + \frac{1}{\gamma_j}} \left[\frac{1}{\sigma_j \sqrt{2\pi}} \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{y_i - \mu_j}{\sigma_j} \right)^2 \right] \right. \right. \\
 &\quad \left. \left. \left\{ \frac{1}{\gamma_j^2} I_{[0,\infty)}(y_i) + \gamma_j^2 I_{(-\infty,0)}(y_i) \right\} \right]^{z_{ij}} \right\} \times \\
 &\quad \left[\frac{\beta_j^{\alpha_j} \sigma_j^{-(\alpha_j+1)} \exp(-\frac{\beta_j}{\sigma_j})}{\Gamma(\alpha_j)} \right]
 \end{aligned} \tag{3.27}$$

Agar sederhana, maka persamaan (3.27) dipasangkan logaritma sehingga menjadi persamaan (3.28)

$$\begin{aligned}
 \log f(\sigma_j | \mu_j, \gamma_j, w_j, \boldsymbol{z}, \boldsymbol{y}) &= \text{constant} - \\
 &(\alpha_j + 1) \log(\sigma_j) - \frac{\beta_j}{\sigma_j} + \sum_{j=1}^k z_{ij} \\
 &\left[-n \log \left(\sigma_j \gamma_j \sqrt{2\pi} + \frac{\sigma_j \sqrt{2\pi}}{\gamma_j} \right) \right. \\
 &\quad \left. - \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \left(\frac{y_i - \mu_j}{\sigma_j} \right)^2 \right]
 \end{aligned} \tag{3.28}$$

karena $\sum_{j=1}^k z_{ij} = 1$, maka persamaan (3.28) menjadi persamaan (3.29) yang dibangkitkan dengan metode AR pada tinjauan pustaka sub bab 2.11.

$$\begin{aligned}
& \log f\left(\sigma_j \mid \mu_j, \gamma_j, w_j, \mathbf{z}, \mathbf{y}\right) = \text{constant} - \\
& (\alpha_j + 1) \log(\sigma_j) - \\
& \frac{\beta_j}{\sigma_j} - n \log \left(\sigma_j \gamma_j \sqrt{2\pi} + \frac{\sigma_j \sqrt{2\pi}}{\gamma_j} \right) - \\
& \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \left(\frac{y_i - \mu_j}{\sigma_j} \right)^2
\end{aligned} \tag{3.29}$$

di mana constant merupakan semua parameter yang tidak memuat parameter σ_j .

3. *Posterior* parameter $\gamma_j, j=1, 2, \dots, k$

Persamaan (3.30) menunjukkan *full conditional posterior* parameter $\gamma_j, j=1, 2, \dots, k$. *Full conditional posterior* parameter $\gamma_j, j=1, 2, \dots, k$ didapatkan dengan mengalikan antara fungsi *likelihood* data dengan *prior* parameter γ dan menganggap *prior* parameter lain bernilai konstan.

$$\begin{aligned}
& f(\gamma \mid \mu, \sigma, \mathbf{w}, \mathbf{z}, \mathbf{y}) \propto f(\mathbf{y} \mid \mu, \sigma, \gamma, \mathbf{z}) f(\gamma) \\
& = \prod_{i=1}^n \prod_{j=1}^k \left\{ \frac{2}{\gamma_j + \frac{1}{\gamma_j}} \left[\frac{1}{\sigma_j \sqrt{2\pi}} \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{y_i - \mu_j}{\sigma_j} \right)^2 \right] \right. \right. \\
& \quad \left. \left. \left\{ \frac{1}{\gamma_j^2} I_{[0, \infty)}(y_i) + \gamma_j^2 I_{(-\infty, 0)}(y_i) \right\} \right] \right\}^{z_{ij}} \times \\
& \quad \left\{ \frac{b_j^{a_j} \gamma_j^{a_j-1} \exp(-b_j \gamma_j)}{\Gamma(a_j)} \right\}
\end{aligned} \tag{3.30}$$

Agar sederhana, maka persamaan (3.30) dipasangkan logaritma sehingga menjadi persamaan (3.31)

$$\begin{aligned}
& \log f\left(\gamma_j \mid \mu_j, \sigma_j, w_j, \mathbf{z}, \mathbf{y}\right) = \text{constant} + \\
& (a_j - 1) \log(\gamma_j) - (b_j \gamma_j) + \\
& \sum_{j=1}^k z_{ij} \left[-n \log \left(\sigma_j \gamma_j \sqrt{2\pi} + \frac{\sigma_j \sqrt{2\pi}}{\gamma_j} \right) + \right. \\
& \left. \sum_{i=1}^n \log \left(\frac{1}{\gamma_j^2} I_{[0, \infty)}(y_i) + \gamma_j^2 I_{(-\infty, 0)}(y_i) \right) \right]
\end{aligned} \tag{3.31}$$

karena $\sum_{j=1}^k z_{ij} = 1$, maka persamaan (3.31) menjadi persamaan (3.32) yang dibangkitkan dengan metode AR pada tinjauan pustaka sub bab 2.11.

$$\begin{aligned}
& \log f\left(\gamma_j \mid \mu_j, \sigma_j, w_j, \mathbf{z}, \mathbf{y}\right) = \text{constant} + \\
& (a_j - 1) \log(\gamma_j) - (b_j \gamma_j) - \\
& n \log \left(\sigma_j \gamma_j \sqrt{2\pi} + \frac{\sigma_j \sqrt{2\pi}}{\gamma_j} \right) + \\
& \sum_{i=1}^n \log \left(\frac{1}{\gamma_j^2} I_{[0, \infty)}(y_i) + \gamma_j^2 I_{(-\infty, 0)}(y_i) \right)
\end{aligned} \tag{3.32}$$

di mana constant merupakan semua parameter yang tidak memuat parameter γ_j .

4. *Posterior* parameter $w_j, j = 1, 2, \dots, k$

Persamaan (3.33) menunjukkan *full conditional posterior* parameter $w_j, j = 1, 2, \dots, k$, sehingga dapat diketahui distribusi dari parameter \mathbf{w} adalah Dirichlet atau ditulis $\mathbf{w} \sim \text{Dirichlet} \left(1 + \sum_{i=1}^n z_{i1}, \dots, 1 + \sum_{i=1}^n z_{ik} \right)$.

$$\begin{aligned}
f(\mathbf{w}|\boldsymbol{\mu}, \boldsymbol{\sigma}, \boldsymbol{\gamma}, \mathbf{z}, \mathbf{y}) &\propto f(\mathbf{z}|\mathbf{w})f(\mathbf{w}) \\
&= \prod_{i=1}^n \prod_{j=1}^k (\pi_j)^{z_{ij}} (k-1)! \\
&= \prod_{j=1}^k (\pi_j)^{\sum_{i=1}^n z_{ij}} (k-1)! \\
&\propto \prod_{j=1}^k (\pi_j)^{\sum_{i=1}^n z_{ij}} = \prod_{j=1}^k (\pi_j)^{\left(\sum_{i=1}^n z_{ij} + 1\right) - 1}
\end{aligned} \tag{3.33}$$

5. *Posterior parameter z_i*

Sesuai yang telah dijelaskan sebelumnya bahwa terdapat $z_i = \left(z_{ij}\right)_{j=1}^k = (z_{i1}, z_{i2}, \dots, z_{ik})$ untuk setiap *pixel* $y_i, i = 1, 2, \dots, n$ pada citra MRI tumor otak, dengan z_{ij} mempunyai kemungkinan nilai 0 atau 1, sehingga didapatkan persamaan (3.34) untuk $z_{ij} = 1$ dan persamaan (3.35) untuk $z_{ij} = 0$

$$\begin{aligned}
f(z_{ij} = 1 | y_i, \mu_j, \sigma_j, \gamma_j, w_j) &= \\
&= \frac{f(y_i | \mu_j, \sigma_j, \gamma_j, w_j, z_{ij} = 1) f(z_{ij} = 1 | w_j)}{\sum_{j=1}^k f(y_i | \mu_j, \sigma_j, \gamma_j, w_j, z_{ij} = 1) f(z_{ij} = 1 | w_j)} \\
&= \frac{f(y_i | \mu_j, \sigma_j, \gamma_j) w_j}{\sum_{j=1}^k f(y_i | \mu_j, \sigma_j, \gamma_j) w_j} \\
&= \frac{f(y_i | \mu_j, \sigma_j, \gamma_j) w_j}{\sum_{j=1}^k f(y_i)}
\end{aligned} \tag{3.34}$$

$$\begin{aligned}
f(z_{ij}=0|y_i, \mu_j, \sigma_j, \gamma_j, w_j) &= \\
1 - f(z_{ij}=1|y_i, \mu_j, \sigma_j, \gamma_j, w_j) & \quad (3.35) \\
= 1 - \frac{f(y_i|\mu_j, \sigma_j, \gamma_j)w_j}{f(y_i)}
\end{aligned}$$

sehingga diketahui variabel latent z_{ij} akan berdistribusi

$$\text{busi Bernouli} \left(\frac{f(y_i|\mu_j, \sigma_j, \gamma_j)w_j}{f(y_i)} \right) \text{ dan } z_i = (z_{ij})_{j=1}^k$$

berdistribusi Multinomial $(1, \omega_1, \dots, \omega_k)$ dengan para-

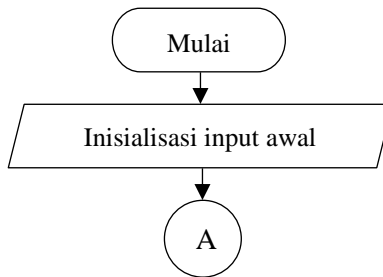
$$\text{meter } \omega_{ij} = \frac{f(y_i|\mu_j, \sigma_j, \gamma_j)w_j}{f(y_i)}.$$

- f. Mendapatkan estimasi *posterior* menggunakan MCMC dengan *gibbs sampling* untuk Fernandez-Steel *Skew Normal* (FSSN) *mixture model* dengan algoritma berikut :
 1. Menetapkan nilai awal atau *initial value* untuk parameter $\mu_1^0, \dots, \mu_k^0, \sigma_1^0, \dots, \sigma_k^0, \gamma_1^0, \dots, \gamma_k^0, w_1^0, \dots, w_k^0$, dan $z_{1j}^0, \dots, z_{nj}^0, j=1, 2, \dots, k$. Nilai awal yang digunakan dalam penelitian ini mengacu pada hasil pengelompokan dengan metode GMM.
 2. Untuk $t=1, 2, \dots, T$, mengulangi langkah berikut :
 - a. Mengupdate nilai $\mu_j, j=1, 2, \dots, k$ dengan membangkitkan μ_j^t sesuai persamaan (3.26).
 - b. Mengupdate nilai $\sigma_j, j=1, 2, \dots, k$ dengan membangkitkan σ_j^t sesuai persamaan (3.29).
 - c. Mengupdate nilai $\gamma_j, j=1, 2, \dots, k$ dengan membangkitkan γ_j^t sesuai persamaan (3.32).

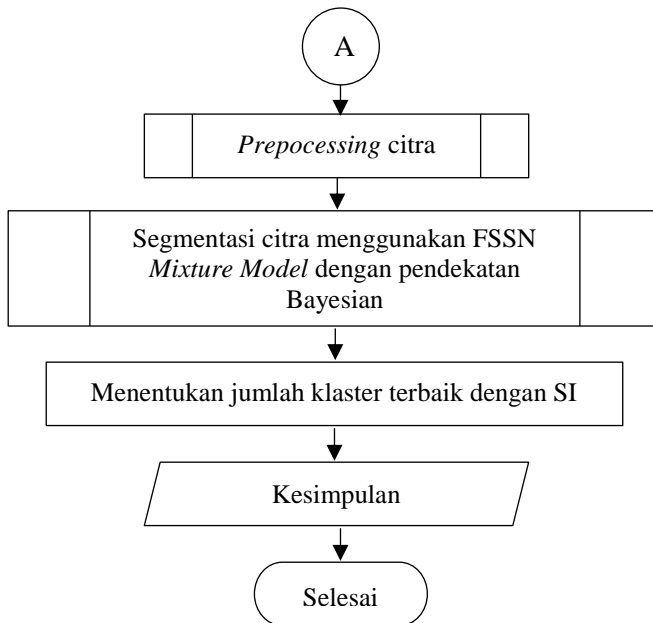
- d. Mengupdate nilai w_j dengan membangkitkan w_j^t berdistribusi Dirichlet $\left(1 + \sum_{i=1}^n z_{i1}, \dots, 1 + \sum_{i=1}^n z_{ik}\right)$.
- e. Mengupdate nilai z_i dengan membangkitkan z_i^t berdistribusi Multinomial $(1, \omega_1, \dots, \omega_k)$, $i = 1, 2, \dots, n$, dan $j = 1, 2, \dots, k$ dengan $\omega_{ij} = \frac{f(y_i | \mu_j, \sigma_j, \gamma_j) w_j}{f(y_i)}$.
3. Mengulangi langkah 2 hingga nilai parameter konvergen.
- g. Melakukan segmentasi citra MRI tumor otak dengan cara mencari anggota kluster dari tiap komponen *mixture*.
4. Menentukan jumlah kluster terbaik berdasarkan SI dalam persamaan (2.28) dan subyektivitas pihak medis.
Penentuan jumlah kluster terbaik dilakukan dengan mengacu pada Lampiran 4, di mana *syntax* merupakan *call function* Silhouette Index dari *software* Matlab 9.0 R2016a.
5. Membuat kesimpulan.

3.4 Diagram Alir

Berdasarkan langkah analisis, dapat dibuat diagram alir penelitian yang disajikan dalam Gambar 3.2



Gambar 3.2 Diagram Alir Penelitian



Gambar 3.2 Diagram Alir Penelitian (Lanjutan)

Halaman ini sengaja dikosongkan

BAB IV

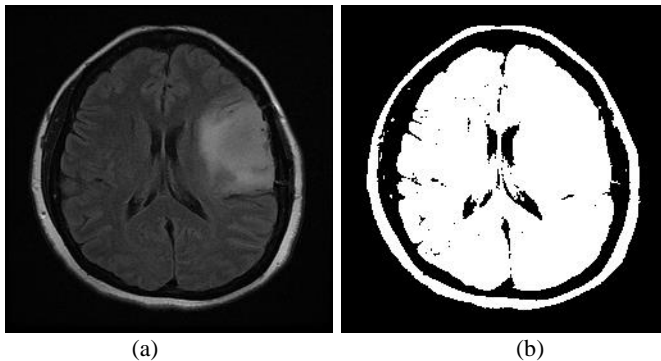
ANALISIS DAN PEMBAHASAN

Pada bab analisis dan pembahasan akan dibahas segmentasi citra MRI tumor otak menggunakan Fernandez-Steel *Skew Normal* (FSSN) *mixture model* dengan pendekatan Bayesian.

Sebelum dilakukan segmentasi citra MRI untuk mendeteksi lokasi tumor otak, maka dilakukan *preprocessing* citra untuk memperbaiki kualitas citra dan menghilangkan area tulang tengkorak sehingga area otak akan lebih mudah untuk dilakukan segmentasi.

4.1 *Preprocessing* Citra MRI Tumor Otak

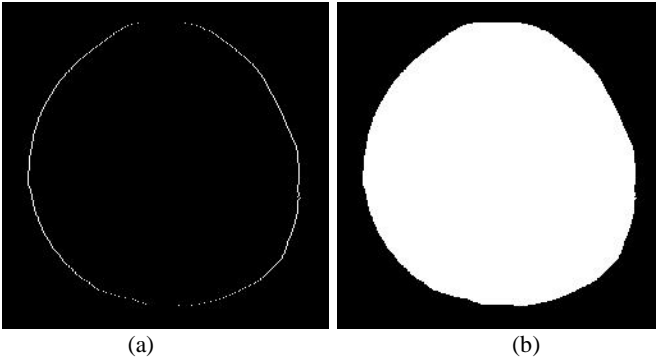
Preprocessing citra dilakukan sesuai dengan algoritma dalam langkah analisis tahapan 2. Gambar 4.1 merupakan hasil proses binerisasi atau *thresholding* untuk citra MRI tumor otak *sequence ax T2 Flair IM21*.



Gambar 4.1 Citra MRI (a) dan Citra Hasil *Thresholding* (b) untuk Ax T2 Flair IM21

Gambar 4.1 a menunjukkan citra asal yaitu citra MRI tumor otak *sequence ax T2 Flair IM21*, sedangkan Gambar 4.1 b merupakan citra biner yang hanya terdapat dua warna yaitu hitam menunjukkan *background*, sedangkan putih merupakan objek.

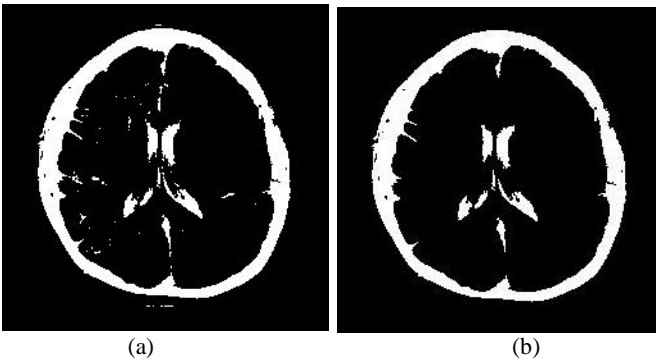
Langkah selanjutnya yaitu menentukan *head contour* kemudian *head masking* untuk citra MRI tumor otak *sequence ax T2 Flair IM21*, citra yang dihasilkan ditunjukkan dalam Gambar 4.2



Gambar 4.2 Citra Hasil *Head Contour* (a) dan Citra Hasil *Head Masking* (b) untuk Ax T2 Flair IM21

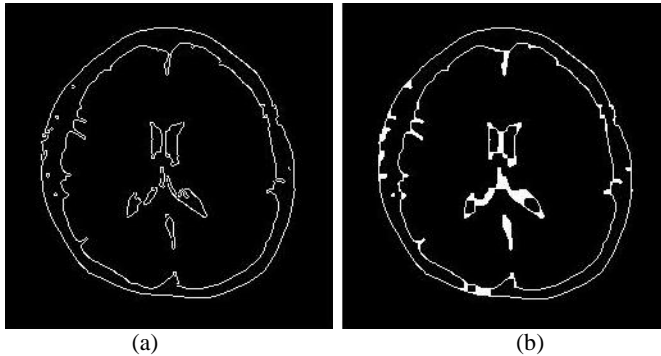
Gambar 4.2 a menunjukkan citra hasil *head contour* yaitu batas antara *background* dan area kepala, sedangkan Gambar 4.2 b merupakan citra hasil proses *head masking*. Proses *head masking* dilakukan dengan *blocking* dengan warna putih pada area *head contour*.

Selanjutnya, dilakukan substraksi pertama yaitu mengurangi citra hasil *head masking* dengan citra hasil *thresholding*, kemudian operasi morfologi *opening* pertama. Citra hasil substraksi pertama ditunjukkan dalam Gambar 4.3 a dan citra hasil *opening* pertama ditunjukkan dalam Gambar 4.3 b



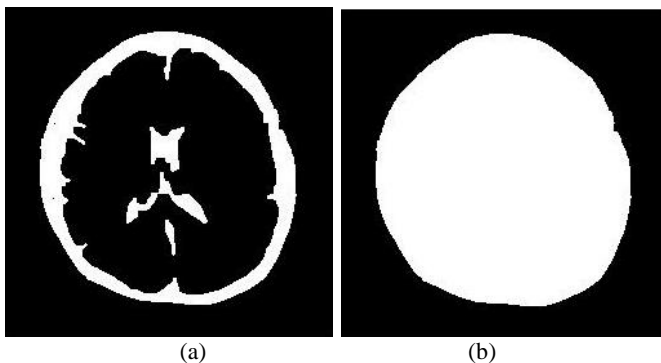
Gambar 4.3 Citra Hasil Substraksi Pertama (a) dan Citra Hasil *Opening* Pertama (b) untuk Ax T2 Flair IM21

Gambar 4.3 menunjukkan bahwa citra hasil *opening* pertama, garis-garis bentuk objek lebih halus, bagian-bagian yang sempit dan penonjolan-penonjolan yang tipis lebih tidak terlihat. Tahapan selanjutnya yaitu proses deteksi tepi dengan operator Sobel dan operasi morfologi *closing* yang ditunjukkan dalam Gambar 4.4



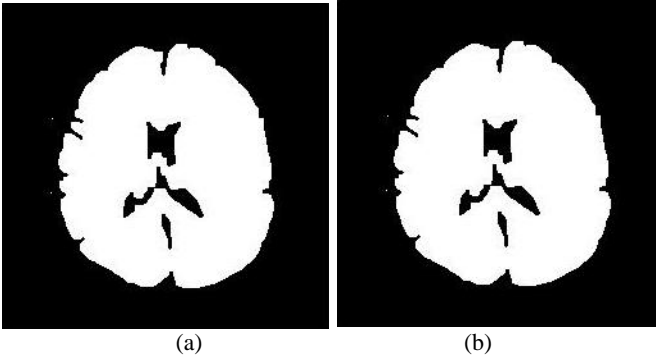
Gambar 4.4 Citra Hasil Deteksi Tepi (a) dan Citra Hasil *Closing* (b) untuk Ax T2 Flair IM21

Gambar 4.4 menunjukkan bahwa citra hasil *closing*, pecahan dan lubang-lubang kecil tidak terlihat karena *closing* mengisi *gap* pada garis-garis bentuk. Kemudian dilakukan penggabungan antara citra hasil *closing* dengan *opening* dan proses *head masking* kembali.



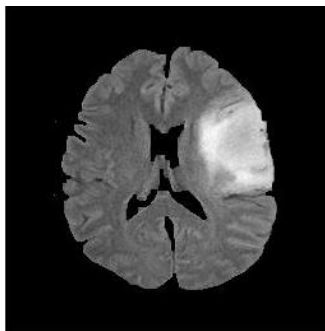
Gambar 4.5 Citra Hasil Gabungan (a) dan Citra Hasil *Head Masking* Kedua (b) untuk Ax T2 Flair IM21

Gambar 4.5 a menunjukkan citra hasil gabungan antara citra hasil *closing* dan *opening* pertama dan b menunjukkan hasil citra *head masking* kembali untuk citra MRI tumor otak *sequence ax T2 Flair IM21*. Langkah selanjutnya adalah substraksi yang kedua dan operasi morfologi *opening* kedua yang ditunjukkan dalam Gambar 4.6.



Gambar 4.6 Citra Hasil Substraksi Kedua (a) dan Citra Hasil *Opening* Kedua (b) untuk *Ax T2 Flair IM21*

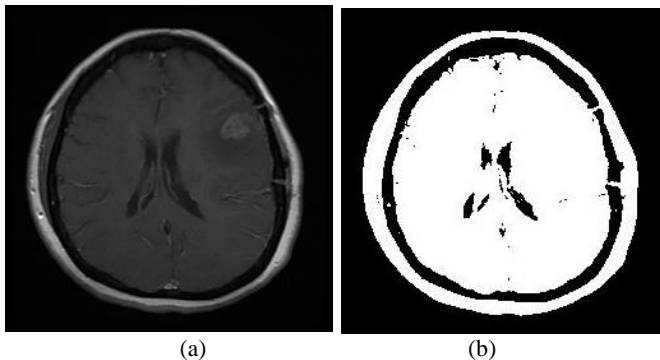
Gambar 4.6 a menunjukkan citra hasil substraksi kedua sudah berupa area otak dan b menunjukkan hasil citra *opening* kedua untuk citra MRI tumor otak *sequence ax T2 Flair IM21*. Langkah terakhir dalam *preprocessing* citra MRI tumor otak *sequence ax T2 Flair IM21* adalah mengubah citra hasil *opening* kedua menjadi citra *grayscale* yang hasilnya ditunjukkan dalam Gambar 4.7



Gambar 4.7 Hasil *Preprocessing* Citra *Ax T2 Flair IM21*

Gambar 4.7 menunjukkan citra hasil *preprocessing* yang siap dilakukan segmentasi menggunakan Fernandez-Steel *Skew Normal* (FSSN) *mixture model* dengan pendekatan Bayesian.

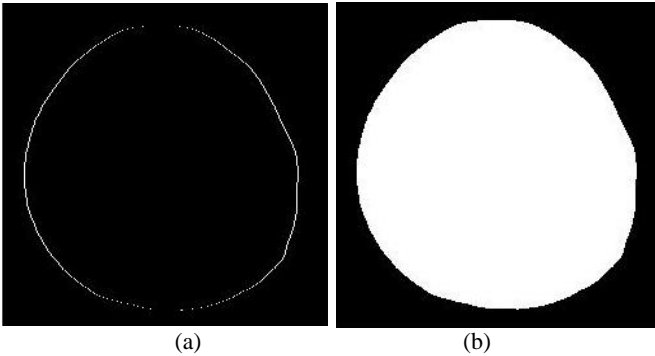
Citra MRI tumor otak selanjutnya yang akan dilakukan *preprocessing* adalah *sequence ax T1 memp+C IM8*. Tahapan *preprocessing* sesuai dengan langkah analisis. Gambar 4.8 merupakan hasil proses binerisasi atau *thresholding* untuk citra MRI tumor otak *sequence ax T1 memp+C IM8*.



Gambar 4.8 Citra MRI (a) dan Citra Hasil *Thresholding* (b) untuk *Ax T1 memp+C IM8*

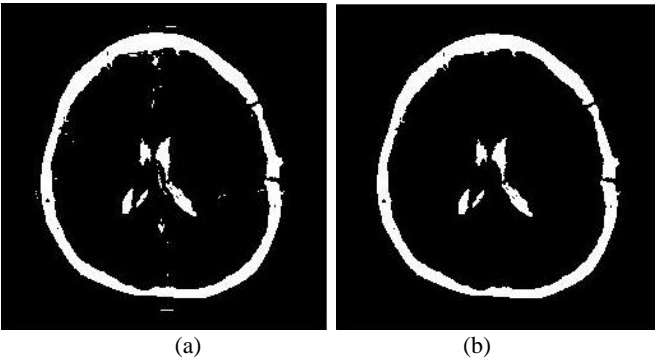
Gambar 4.8 a menunjukkan citra asal yaitu citra MRI tumor otak *sequence ax T1 memp+C IM8*, sedangkan Gambar 4.8 b merupakan citra biner yang hanya terdapat dua warna yaitu hitam menunjukkan *background*, sedangkan putih merupakan objek. Langkah selanjutnya yaitu menentukan *head contour* kemudian *head masking* untuk citra MRI tumor otak *sequence ax T1 memp+C IM8*, citra yang dihasilkan ditunjukkan dalam Gambar 4.9. Gambar 4.9 a menunjukkan citra hasil *head contour* yaitu batas antara *background* dan area kepala, sedangkan Gambar 4.9 b merupakan citra hasil proses *head masking*.

Selanjutnya, sesuai langkah analisis dilakukan substraksi pertama dan operasi morfologi *opening* pertama. Hasilnya ditunjukkan dalam Gambar 4.10 a untuk citra hasil substraksi pertama dan Gambar 4.10 b untuk citra hasil *opening* pertama.



Gambar 4.9 Citra Hasil *Head Contour* (a) dan Citra Hasil *Head Masking* (b) untuk Ax T1 *memp+C* IM8

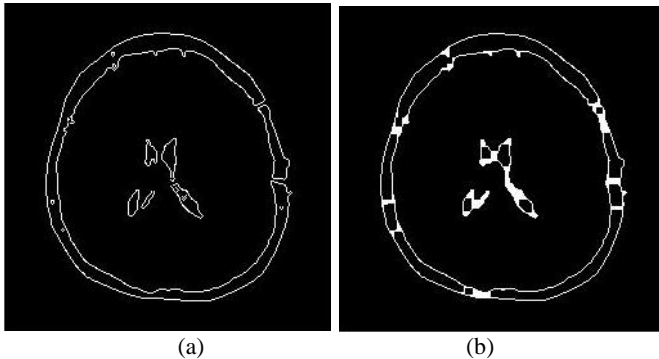
Gambar 4.9 b menunjukkan bahwa proses *head masking* dilakukan dengan *blocking* dengan warna putih pada area *head contour* pada Gambar 4.9a.



Gambar 4.10 Citra Hasil Substraksi Pertama (a) dan Citra Hasil *Opening* Pertama (b) untuk Ax T1 *memp+C* IM8

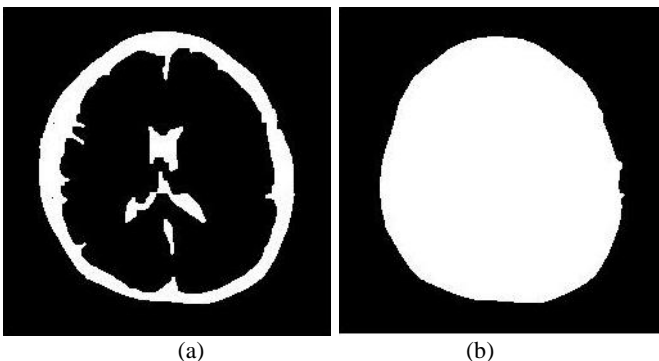
Gambar 4.10 a menunjukkan hasil citra substraksi pertama yaitu mengurangi citra hasil *head masking* dengan citra hasil *thresholding* dan b menunjukkan hasil citra *opening* pertama untuk citra MRI tumor otak *sequence ax T1 memp+C* IM8. Dapat diketahui bahwa citra hasil *opening* pertama, bagian-bagian yang sempit dan penonjolan-penonjolan yang tipis lebih tidak terlihat.

Tahapan selanjutnya yaitu proses deteksi tepi dan operasi morfologi *closing* yang ditunjukkan dalam Gambar 4.11.



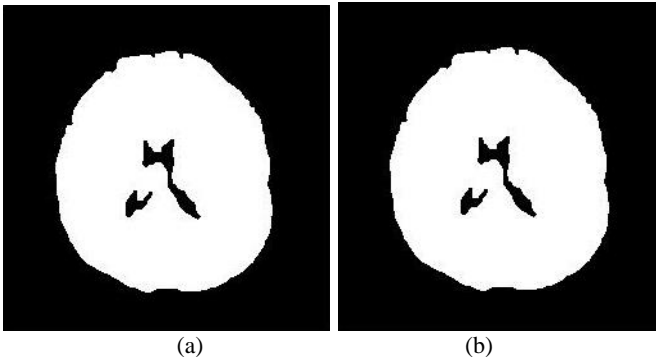
Gambar 4.11 Citra Hasil Deteksi Tepi (a) dan Citra Hasil *Closing* (b) untuk Ax T1 *memp*+C IM8

Gambar 4.11 a menunjukkan citra hasil deteksi tepi dengan operator Sobel dan b menunjukkan hasil citra *closing*. Dapat diketahui bahwa citra hasil *closing*, pecahan dan lubang-lubang kecil tidak terlihat karena *closing* mengisi *gap* pada garis-garis bentuk. Setelah dilakukan operasi morfologi *closing*, dilakukan penggabungan antara citra hasil *closing* dengan *opening* kemudian dilakukan *head masking* kembali yang hasilnya ditunjukkan dalam Gambar 4.12



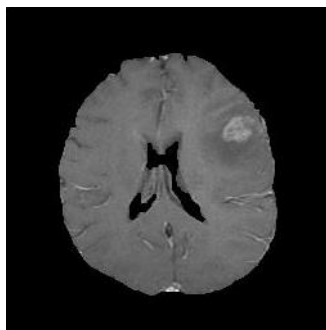
Gambar 4.12 Citra Hasil Gabungan (a) dan Citra Hasil *Head Masking* Kedua (b) untuk Ax T1 *memp*+C IM8

Gambar 4.12 a menunjukkan citra hasil gabungan antara citra hasil *closing* dan *opening* pertama dan b menunjukkan hasil citra *head masking* kembali untuk citra MRI tumor otak yang kedua yaitu *sequence ax T1 memp+C IM8*. Langkah selanjutnya adalah substraksi kedua dan operasi morfologi *opening* kedua yang ditunjukkan dalam Gambar 4.13



Gambar 4.13 Citra Hasil Substraksi Kedua (a) dan Citra Hasil *Opening* Kedua (b) untuk *Ax T1 memp+C IM8*

Gambar 4.13 a menunjukkan citra hasil substraksi kedua sudah berupa area otak *sequence ax T1 memp+C IM8*. Langkah terakhir dalam *preprocessing* citra *sequence ax T1 memp+C IM8* adalah mengubah citra hasil *opening* kedua menjadi citra *grayscale* yang hasilnya ditunjukkan dalam Gambar 4.14

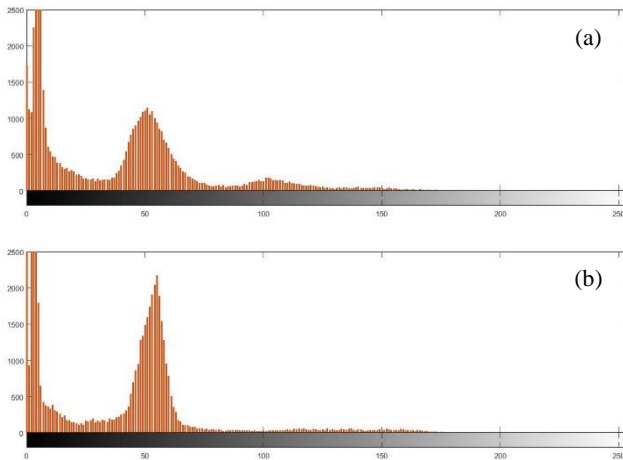


Gambar 4.14 Hasil *Preprocessing* Citra *Ax T1 memp+C IM8*

Gambar 4.14 menunjukkan citra hasil *preprocessing* yang siap dilakukan segmentasi menggunakan Fernandez-Steel *Skew Normal* (FSSN) *mixture model* dengan pendekatan Bayesian.

4.2 Histogram Citra Sebelum dan Sesudah *Preprocessing*

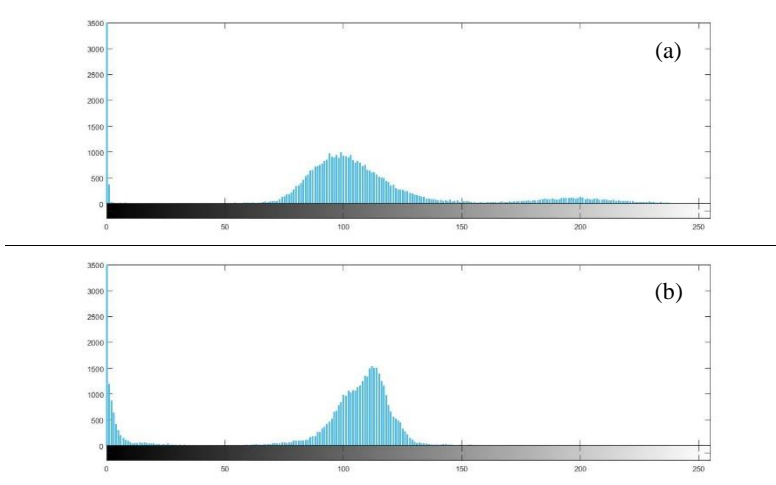
Histogram citra menggambarkan penyebaran nilai-nilai intensitas *pixel* dari suatu citra. Gambar 4.15 merupakan histogram citra MRI tumor otak *sequence ax T2 Flair IM21* dan *ax T1 memp+C IM8* sebelum dilakukan *preprocessing* citra.



Gambar 4.15 Histogram *Sequence Ax T2 Flair IM21* (a) dan *Ax T1 Memp+C IM8* (b) Sebelum Dilakukan *Preprocessing* Citra

Gambar 4.15 menunjukkan bahwa sebelum dilakukan *preprocessing* citra, puncak histogram untuk masing-masing kelompok lebih tinggi dibanding setelah *preprocessing* citra. Hal tersebut dikarenakan area tulang kepala masih belum terhapus sehingga nilai *pixel* masuk dalam histogram.

Selanjutnya dilakukan *preprocessing* citra untuk menghilangkan area tulang kepala. Gambar 4.16 merupakan histogram citra MRI tumor otak *sequence ax T2 Flair IM21* dan *ax T1 memp+C IM8* setelah dilakukan *preprocessing* citra.



Gambar 4.16 Histogram *Sequence Ax T2 Flair IM21* (a) dan *Ax T1 MEMP+C IM8* (b) Setelah Dilakukan *Preprocessing* Citra

Gambar 4.16 menunjukkan bahwa histogram citra MRI tumor otak *sequence ax T2 Flair IM21* dan *ax T1 memp+C IM8* hasil *pre-processing* memiliki bentuk yang tidak simetris dan mengindikasikan adanya *skew* (miring), oleh karena itu dilakukan segmentasi menggunakan *Fernandez-Steel Skew Normal (FSSN) mixture model* dengan pendekatan Bayesian.

4.3 Segmentasi Citra MRI Tumor Otak Menggunakan Fernandez-Steel Skew Normal (FSSN) Mixture Model dengan Pendekatan Bayesian

Segmentasi dilakukan pada dua citra MRI tumor otak hasil *pre-processing* yaitu *sequence ax T2 Flair IM21* dan *ax T1 memp+C IM8* menggunakan *Fernandez-Steel Skew Normal (FSSN) mixture model* dengan pendekatan Bayesian. Dilakukan segmentasi dengan beberapa jumlah kluster yaitu 2, 3, 4, 5, 6 dan 7.

- a. Segmentasi citra *sequence ax T2 Flair IM21* hasil *pre-processing* dengan 2 kluster

Estimasi parameter *FSSN mixture model* dengan pendekatan Bayesian untuk 2 kluster ditunjukkan dalam Tabel 4.1

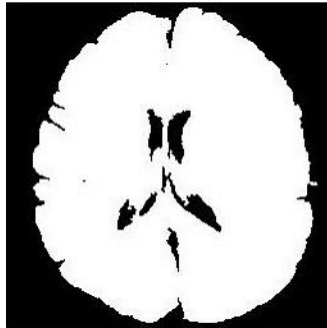
Tabel 4.1 Parameter FSSN *Mixture Model 2* Klaster untuk *Sequence Ax T2 Flair IM21*

Klaster ke-	w	μ	σ	γ
1	0,623	188,215	98,868	23,187
2	0,377	0,165	2,103	0,493

Tabel 4.1 menunjukkan bahwa pusat klaster 1 sebesar 188,215 yang mengindikasikan area otak, sedangkan pusat klaster 2 sebesar 0,165 yang mengindikasikan area *background*. Mengacu pada Tabel 4.1 didapatkan model untuk segmentasi citra *sequence ax T2 Flair IM21* dengan 2 klaster sesuai dalam persamaan (4.1).

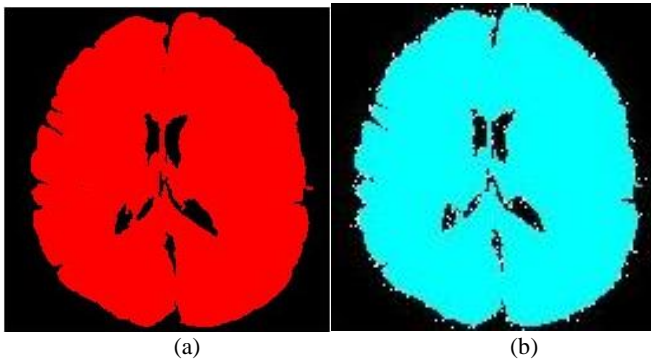
$$\begin{aligned}
 f(y|\mu_j, \sigma_j, \gamma_j, w_j) = & \\
 0,623 \left\{ \frac{2}{23,187 + \frac{1}{23,187}} \left[\frac{1}{98,868\sqrt{2\pi}} \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{y-188,215}{98,868} \right)^2 \right] \right. \right. & \\
 \left. \left. \left\{ \frac{1}{23,187^2} I_{[0,\infty)}(y) + 23,187^2 I_{(-\infty,0)}(y) \right\} \right] \right\} + 0,377 & \quad (4.1) \\
 \left\{ \frac{2}{0,493 + \frac{1}{0,493}} \left[\frac{1}{2,103\sqrt{2\pi}} \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{y-0,165}{2,103} \right)^2 \right] \right. \right. & \\
 \left. \left. \left\{ \frac{1}{0,493^2} I_{[0,\infty)}(y) + 0,493^2 I_{(-\infty,0)}(y) \right\} \right] \right\} &
 \end{aligned}$$

Hasil segmentasi citra *sequence ax T2 Flair IM21* dengan 2 klaster menggunakan model dalam persamaan (4.1) ditunjukkan dalam Gambar 4.17. Gambar 4.17 menunjukkan bahwa jika segmentasi dilakukan dengan 2 klaster, hasil segmentasi hanya menunjukkan area otak dan *background*. Area otak ditunjukkan dengan warna putih dan *background* berwarna hitam. Hal tersebut sesuai dengan estimasi parameter model dalam Tabel 4.1. Secara subyektivitas medis, segmentasi citra *sequence ax T2 Flair IM21* dengan 2 klaster belum tepat digunakan untuk mendeteksi letak tumor otak karena belum mampu menentukan area ROI dan bukan ROI.



Gambar 4.17 Hasil Segmentasi 2 Klaster Citra Ax T2 *Flair* IM21

Subyektivitas analisis yang menunjukkan bagian ROI dan bukan ROI untuk citra *sequence ax T2 Flair* IM21 dapat dilihat dalam Gambar 4.18



Gambar 4.18 ROI (a) dan Non ROI (b) untuk Segmentasi 2 Klaster Citra Ax T2 *Flair* IM21

Gambar 4.18 menunjukkan bahwa dengan 2 klaster belum mampu memisahkan area ROI dan bukan ROI, sehingga dalam gambar tersebut seluruh area otak dianggap sebagai ROI.

- b. Segmentasi citra *sequence ax T2 Flair* IM21 hasil *preprocessing* dengan 3 klaster

Estimasi parameter Fernandez-Steel *Skew Normal mixture model* dengan pendekatan Bayesian untuk 3 klaster ditunjukkan dalam Tabel 4.2

Tabel 4.2 Parameter FSSN *Mixture Model 3* Klaster untuk *Sequence Ax T2 Flair IM21*

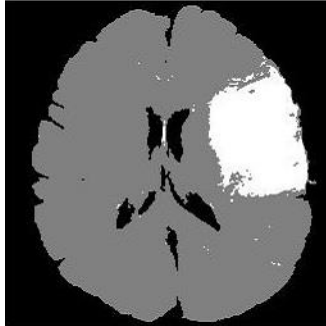
Klaster ke-	w	μ	σ	γ
1	0,533	103,168	43,709	10,251
2	0,379	0,379	4,620	1,083
3	0,088	197,113	59,416	13,934

Tabel 4.2 menunjukkan bahwa pusat klaster 1 sebesar 103,168 yang mengindikasikan area otak sehat, sedangkan pusat klaster 2 sebesar 0,379 yang mengindikasikan area *background* dan pusat klaster 3 sebesar 197,113 yang mengindikasikan area ROI.

Model untuk segmentasi citra *sequence ax T2 Flair IM21* dengan 3 klaster mengacu pada Tabel 4.2 dituliskan dalam persamaan (4.2). Persamaan (4.2) akan digunakan sebagai model untuk mengelompokkan *pixel* citra *sequence ax T2 Flair IM21*.

$$\begin{aligned}
 f(y|\mu_j, \sigma_j, \gamma_j, w_j) = & \\
 & 0,533 \left\{ \frac{2}{10,251 + \frac{1}{10,251}} \left[\frac{1}{43,709\sqrt{2\pi}} \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{y-103,168}{43,709} \right)^2 \right] \right. \right. \\
 & \left. \left. \left\{ \frac{1}{10,251^2} I_{[0,\infty)}(y) + 10,251^2 I_{(-\infty,0)}(y) \right\} \right] \right\} + 0,379 \\
 & \left\{ \frac{2}{1,083 + \frac{1}{1,083}} \left[\frac{1}{4,620\sqrt{2\pi}} \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{y-0,379}{4,620} \right)^2 \right] \right. \right. \\
 & \left. \left. \left\{ \frac{1}{1,083^2} I_{[0,\infty)}(y) + 1,083^2 I_{(-\infty,0)}(y) \right\} \right] \right\} + 0,088 \\
 & \left\{ \frac{2}{13,934 + \frac{1}{13,934}} \left[\frac{1}{59,416\sqrt{2\pi}} \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{y-197,113}{59,416} \right)^2 \right] \right. \right. \\
 & \left. \left. \left\{ \frac{1}{13,934^2} I_{[0,\infty)}(y) + 13,934^2 I_{(-\infty,0)}(y) \right\} \right] \right\} \quad (4.2)
 \end{aligned}$$

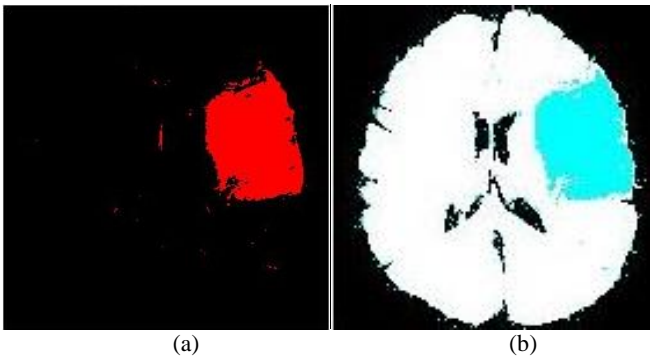
Hasil segmentasi citra *sequence ax T2 Flair* IM21 dengan 3 klaster menggunakan model dalam persamaan (4.2) ditunjukkan dalam Gambar 4.19



Gambar 4.19 Hasil Segmentasi 3 Klaster Citra Ax T2 *Flair* IM21

Gambar 4.19 menunjukkan bahwa jika segmentasi dilakukan dengan 3 klaster, hasil segmentasi menunjukkan area otak sehat yang berwarna abu-abu, ROI yang berwarna putih dan *background* yang berwarna hitam. Hal tersebut sesuai dengan estimasi parameter model dalam Tabel 4.2.

Subyektivitas analisis yang menunjukkan bagian ROI dan bukan ROI untuk citra *sequence ax T2 Flair* IM21 dapat dilihat dalam Gambar 4.20



Gambar 4.20 ROI (a) dan Non ROI (b) untuk Segmentasi 3 Klaster Citra Ax T2 *Flair* IM21

Gambar 4.20 menunjukkan bahwa dengan 3 klaster sudah mampu memisahkan area ROI dan bukan ROI, di mana area ROI ditunjukkan dengan warna merah.

- c. Segmentasi citra *sequence ax T2 Flair* IM21 hasil *preprocessing* dengan 4 klaster

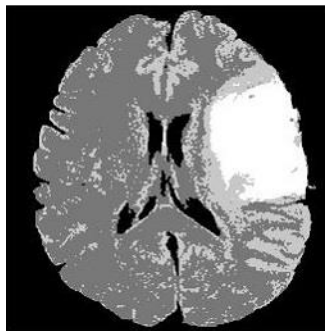
Estimasi parameter FSSN *mixture model* dengan pendekatan Bayesien untuk 4 klaster ditunjukkan dalam Tabel 4.3.

Tabel 4.3 Parameter FSSN *Mixture Model* 4 Klaster untuk *Sequence Ax T2 Flair* IM21

Klaster ke-	w	μ	σ	γ
1	0,403	96,015	30,855	7,236
2	0,081	200,360	51,549	12,089
3	0,136	125,176	28,676	6,725
4	0,380	0,475	5,660	1,327

Tabel 4.3 menunjukkan bahwa pusat klaster 1 sebesar 96,015 yang mengindikasikan area otak sehat, sedangkan pusat klaster 2 sebesar 200,360 yang mengindikasikan area ROI, pusat klaster 3 sebesar 125,176 yang mengindikasikan garis-garis otak dan pusat klaster 4 sebesar 0,475 yang mengindikasikan area *background*. Mengacu pada Tabel 4.3 didapatkan model untuk segmentasi citra *sequence ax T2 Flair* IM21 dengan 4 klaster sesuai dalam persamaan (4.3).

Hasil segmentasi citra *sequence ax T2 Flair* IM21 dengan 4 klaster ditunjukkan dalam Gambar 4.21

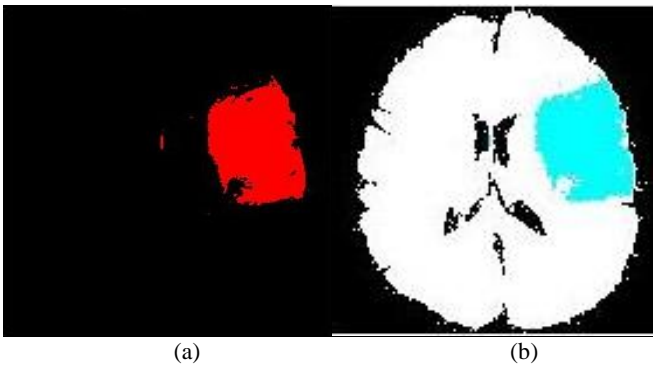


Gambar 4.21 Hasil Segmentasi 4 Klaster Citra Ax T2 *Flair* IM21

Gambar 4.21 menunjukkan bahwa jika segmentasi dilakukan dengan 4 klaster, hasil segmentasi menunjukkan area otak sehat yang berwarna abu-abu tua, ROI yang berwarna putih, garis-garis otak yang berwarna abu-abu muda dan *background* yang berwarna hitam.

$$\begin{aligned}
 f(y|\mu_j, \sigma_j, \gamma_j, w_j) = & \\
 0,403 \left\{ \frac{2}{7,236 + \frac{1}{7,236}} \left[\frac{1}{30,855\sqrt{2\pi}} \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{y-96,015}{30,855} \right)^2 \right] \right. \right. & \\
 \left. \left. \left\{ \frac{1}{7,236^2} I_{[0,\infty)}(y) + 7,236^2 I_{(-\infty,0)}(y) \right\} \right] \right\} + \dots + 0,380 & \quad (4.3) \\
 \left\{ \frac{2}{1,327 + \frac{1}{1,327}} \left[\frac{1}{5,660\sqrt{2\pi}} \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{y-0,475}{5,660} \right)^2 \right] \right. \right. & \\
 \left. \left. \left\{ \frac{1}{1,327^2} I_{[0,\infty)}(y) + 1,327^2 I_{(-\infty,0)}(y) \right\} \right] \right\} &
 \end{aligned}$$

Subyektivitas analisis yang menunjukkan bagian ROI dan bukan ROI untuk citra *sequence ax T2 Flair IM21* dapat dilihat dalam Gambar 4.22



Gambar 4.22 ROI (a) dan Non ROI (b) untuk Segmentasi 4 Klaster Citra Ax T2 *Flair IM21*

Gambar 4.22 menunjukkan bahwa dengan 4 kluster sudah mampu memisahkan area ROI dan bukan ROI, di mana area ROI ditunjukkan dengan warna merah.

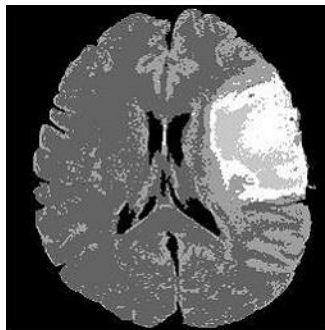
d. Segmentasi citra *sequence ax T2 Flair* IM21 hasil *preprocessing* dengan 5 kluster

Estimasi parameter FSSN *mixture model* dengan pendekatan Bayesian untuk 5 kluster ditunjukkan dalam Tabel 4.4

Tabel 4.4 Parameter FSSN *Mixture Model* 5 Kluster untuk *Sequence Ax T2 Flair* IM21

Kluster ke-	w	μ	σ	γ
1	0,055	188,237	35,149	8,243
2	0,380	0,447	5,364	1,258
3	0,027	221,101	27,889	6,540
4	0,401	95,877	30,992	7,268
5	0,137	124,636	27,729	6,503

Tabel 4.4 menunjukkan bahwa pusat kluster 1 sebesar 188,237 yang mengindikasikan sebagian area ROI, sedangkan pusat kluster 2 sebesar 0,447 yang mengindikasikan area *background*, pusat kluster 3 sebesar 221,101 yang mengindikasikan area ROI, pusat kluster 4 sebesar 95,877 yang mengindikasikan area otak sehat dan pusat kluster 5 sebesar 124,636 yang mengindikasikan garis-garis otak. Hasil segmentasi citra *sequence ax T2 Flair* IM21 dengan 5 kluster ditunjukkan dalam Gambar 4.23

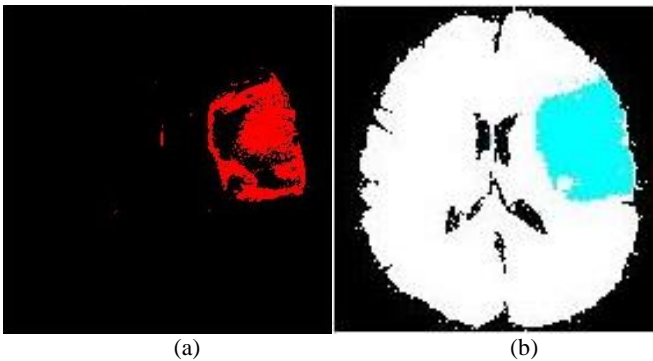


Gambar 4.23 Hasil Segmentasi 5 Kluster Citra Ax T2 *Flair* IM21

Gambar 4.23 menunjukkan bahwa jika segmentasi dilakukan dengan 5 klaster, hasil segmentasi menunjukkan area otak sehat yang berwarna abu-abu tua, ROI dan area peradangan yang berwarna putih dan keabu-abuan, garis-garis otak yang berwarna abu-abu muda dan *background* yang berwarna hitam. Model untuk segmentasi citra dengan 5 klaster sesuai dalam persamaan (4.4).

$$\begin{aligned}
 f(y|\mu_j, \sigma_j, \gamma_j, w_j) = & 0,055 \left\{ \frac{2}{8,243 + \frac{1}{8,243}} \left[\frac{1}{35,149\sqrt{2\pi}} \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{y-188,237}{35,149} \right)^2 \right] \right. \right. \\
 & \left. \left. \left\{ \frac{1}{8,243^2} I_{[0,\infty)}(y) + 8,243^2 I_{(-\infty,0)}(y) \right\} \right] \right\} + \dots + 0,137 \quad (4.4) \\
 & \left\{ \frac{2}{6,503 + \frac{1}{6,503}} \left[\frac{1}{27,792\sqrt{2\pi}} \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{y-124,636}{27,792} \right)^2 \right] \right. \right. \\
 & \left. \left. \left\{ \frac{1}{6,503^2} I_{[0,\infty)}(y) + 6,503^2 I_{(-\infty,0)}(y) \right\} \right] \right\}
 \end{aligned}$$

Subyektivitas analisis yang menunjukkan bagian ROI dan bukan ROI dapat dilihat dalam Gambar 4.24



Gambar 4.24 ROI (a) dan Non ROI (b) untuk Segmentasi 5 Klaster Citra Ax T2 Flair IM21

Gambar 4.24 menunjukkan bahwa dengan 5 kluster sudah mampu memisahkan area ROI dan bukan ROI, di mana area ROI ditunjukkan dengan warna merah.

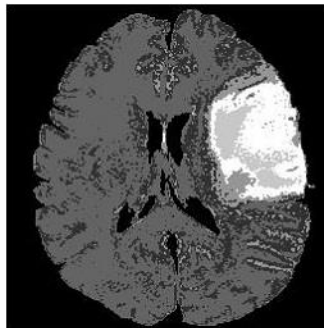
- e. Segmentasi citra *sequence ax T2 Flair* IM21 hasil *preprocessing* dengan 6 kluster

Estimasi parameter FSSN *mixture model* dengan pendekatan Bayesian untuk 6 kluster ditunjukkan dalam Tabel 4.5

Tabel 4.5 Parameter FSSN *Mixture Model* 6 Kluster untuk *Sequence Ax T2 Flair* IM21

Kluster ke-	w	μ	σ	γ
1	0,024	222,499	26,646	6,249
2	0,353	93,821	29,250	6,860
3	0,052	192,070	28,107	6,592
4	0,041	143,200	29,220	6,853
5	0,150	116,227	16,252	3,811
6	0,380	0,443	5,322	1,248

Tabel 4.5 menunjukkan bahwa pusat kluster 1 sebesar 222,499 yang mengindikasikan area ROI, sedangkan pusat kluster 2 sebesar 93,821 yang mengindikasikan garis-garis otak, pusat kluster 3 sebesar 192,070 yang mengindikasikan sebagian area ROI, pusat kluster 4 dan 5 berturut-turut sebesar 143,200 dan 116,227 yang mengindikasikan area otak sehat dan pusat kluster 6 sebesar 0,443 yang mengindikasikan area *background*. Hasil segmentasi citra dengan 6 kluster ditunjukkan dalam Gambar 4.25

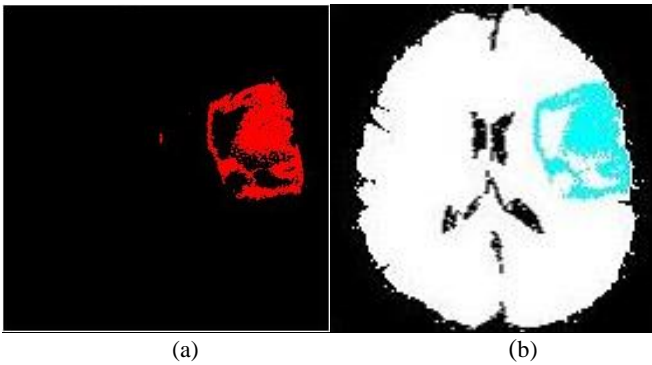


Gambar 4.25 Hasil Segmentasi 6 Kluster Citra Ax T2 *Flair* IM21

Gambar 4.25 menunjukkan bahwa jika segmentasi dilakukan dengan 6 klaster, hasil segmentasi menunjukkan area otak sehat yang berwarna abu-abu muda, ROI dan area peradangan yang berwarna putih dan keabu-abuan, garis-garis otak yang berwarna abu-abu tua dan *background* yang berwarna hitam. Model untuk segmentasi citra dengan 6 klaster sesuai dalam persamaan (4.5).

$$\begin{aligned}
 f(y|\mu_j, \sigma_j, \gamma_j, w_j) = & \\
 0,024 \left\{ \frac{2}{6,249 + \frac{1}{6,249}} \left[\frac{1}{26,646\sqrt{2\pi}} \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{y - 222,499}{26,646} \right)^2 \right] \right. \right. & \\
 \left. \left. \left\{ \frac{1}{6,249^2} I_{[0,\infty)}(y) + 6,249^2 I_{(-\infty,0)}(y) \right\} \right] \right\} + \dots + 0,380 & \quad (4.5) \\
 \left\{ \frac{2}{1,248 + \frac{1}{1,248}} \left[\frac{1}{5,322\sqrt{2\pi}} \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{y - 0,443}{5,322} \right)^2 \right] \right. \right. & \\
 \left. \left. \left\{ \frac{1}{1,248^2} I_{[0,\infty)}(y) + 1,248^2 I_{(-\infty,0)}(y) \right\} \right] \right\} &
 \end{aligned}$$

Subyektivitas analisis yang menunjukkan bagian ROI dan bukan ROI dapat dilihat dalam Gambar 4.26



Gambar 4.26 ROI (a) dan Non ROI (b) untuk Segmentasi 6 Klaster Citra Ax T2 Flair IM21

Gambar 4.26 menunjukkan bahwa dengan 6 klaster sudah mampu memisahkan area ROI dan bukan ROI, di mana area ROI ditunjukkan dengan warna merah.

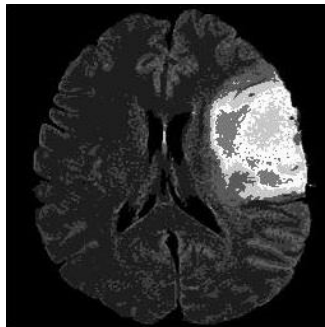
f. Segmentasi citra *sequence ax T2 Flair IM21* hasil *preprocessing* dengan 7 klaster

Estimasi parameter FSSN *mixture model* dengan pendekatan Bayesian untuk 7 klaster ditunjukkan dalam Tabel 4.6

Tabel 4.6 Parameter FSSN *Mixture Model* 7 Klaster untuk *Sequence Ax T2 Flair IM21*

Klaster ke-	w	μ	σ	γ
1	0,380	0,445	5,342	1,253
2	0,035	182,920	26,002	6,098
3	0,336	93,095	28,709	7,733
4	0,050	137,274	24,761	5,807
5	0,013	229,505	20,437	4,793
6	0,031	206,012	17,403	4,081
7	0,155	114,211	14,781	3,466

Tabel 4.6 menunjukkan bahwa pusat klaster 1 sebesar 0,445 yang mengindikasikan area *background*, pusat klaster 2 dan 4 mengindikasikan garis-garis otak, pusat klaster 3 dan 7 berturut-turut sebesar 93,095 dan 114,211 yang mengindikasikan area otak sehat, sedangkan pusat klaster 5 dan 6 berturut-turut sebesar 229,505 dan 206,012 yang mengindikasikan area ROI. Hasil segmentasi citra dengan 7 klaster ditunjukkan dalam Gambar 4.27

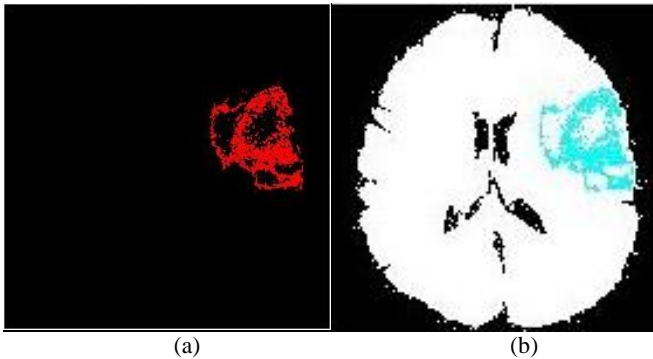


Gambar 4.27 Hasil Segmentasi 7 Klaster Citra Ax T2 *Flair IM21*

Gambar 4.27 menunjukkan bahwa jika segmentasi dilakukan dengan 7 klaster, hasil segmentasi menunjukkan area otak sehat yang berwarna abu-abu tua, ROI dan area peradangan yang berwarna putih dan keabu-abuan, garis-garis otak yang berwarna abu-abu muda dan *background* yang berwarna hitam. Model untuk segmentasi citra dengan 7 klaster dalam persamaan (4.6).

$$\begin{aligned}
 f(y|\mu_j, \sigma_j, \gamma_j, w_j) = & \\
 0,380 \left\{ \frac{2}{1,253 + \frac{1}{1,253}} \left[\frac{1}{5,342\sqrt{2\pi}} \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{y-0,445}{5,342} \right)^2 \right] \right. \right. & \\
 \left. \left. \left\{ \frac{1}{1,253^2} I_{[0,\infty)}(y) + 1,253^2 I_{(-\infty,0)}(y) \right\} \right] \right\} + \dots + 0,155 & \quad (4.6) \\
 \left\{ \frac{2}{3,466 + \frac{1}{3,466}} \left[\frac{1}{14,781\sqrt{2\pi}} \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{y-114,211}{14,781} \right)^2 \right] \right. \right. & \\
 \left. \left. \left\{ \frac{1}{3,466^2} I_{[0,\infty)}(y) + 3,466^2 I_{(-\infty,0)}(y) \right\} \right] \right\} &
 \end{aligned}$$

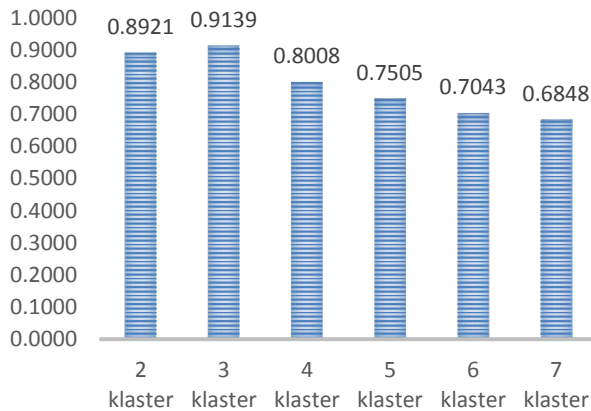
Subyektivitas analisis yang menunjukkan bagian ROI dan bukan ROI dapat dilihat dalam Gambar 4.28



Gambar 4.28 ROI (a) dan Non ROI (b) untuk Segmentasi 7 Klaster Citra Ax T2 Flair IM21

Gambar 4.28 menunjukkan bahwa dengan 7 kluster sudah mampu memisahkan area ROI dan bukan ROI, di mana area ROI ditunjukkan dengan warna merah.

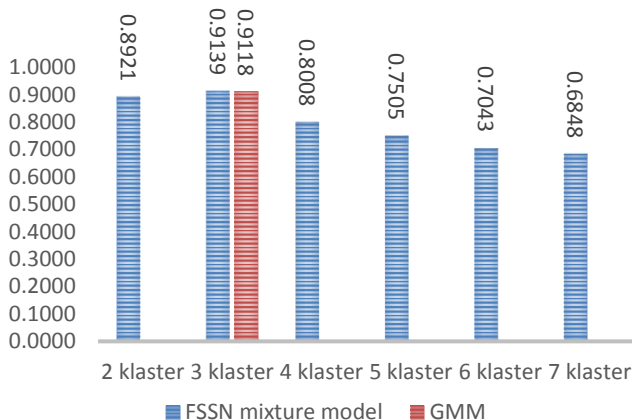
Setelah dilakukan segmentasi dengan 2, 3, 4, 5, 6 dan 7 kluster, kemudian dihitung nilai Silhouette Index sesuai dengan persamaan 2.30 pada tinjauan pustaka. Hasil perhitungan sesuai dalam Gambar 4.29



Gambar 4.29 Silhouette Index Segmentasi Citra Ax T2 Flair IM21

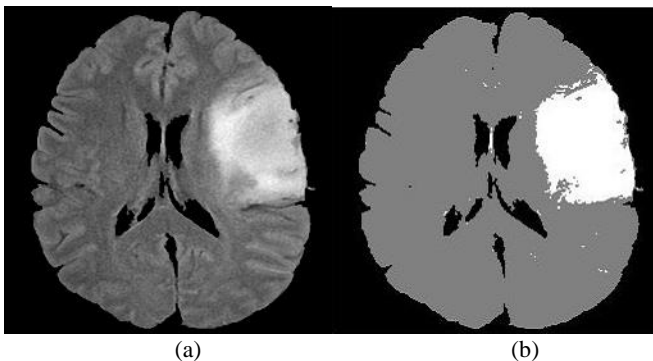
Gambar 4.29 menunjukkan bahwa hasil perhitungan Silhouette Index terbesar adalah segmentasi citra dengan 3 kluster. Secara subyektivitas medis juga menunjukkan dengan 3 kluster sudah mampu menentukan area ROI dan non ROI. Oleh karena itu, segmentasi citra *sequence ax T2 Flair IM21* menggunakan 3 kluster.

Selanjutnya dilakukan perbandingan dengan penelitian sebelumnya oleh Sianipar (2017) yang melakukan segmentasi citra MRI tumor otak menggunakan *Gaussian Mixture Model* (GMM). Pada segmentasi citra *sequence ax T2 Flair IM21* menggunakan GMM didapatkan kluster terbaik sebanyak 3 kluster dengan Silhouette Index sebesar 0,9118. Gambar 4.30 merupakan perbandingan Silhouette Index untuk penentuan kluster terbaik antara metode FSSN *mixture model* dan GMM.



Gambar 4.30 Perbandingan Silhouette Index Segmentasi Citra Ax T2 Flair IM21 3 Klaster dengan FSSN Mixture Model dan GMM

Gambar 4.30 menunjukkan bahwa hasil perhitungan Silhouette Index segmentasi citra *sequence ax T2 Flair* IM21 dengan 3 klaster menggunakan FSSN *mixture model* lebih besar dibandingkan dengan GMM. Hal ini mengindikasikan bahwa FSSN *mixture model* lebih baik digunakan untuk segmentasi citra karena lebih sesuai dengan pola data. Hasil segmentasi citra *sequence ax T2 Flair* IM21 menggunakan FSSN *mixture model* dengan jumlah klaster terbaik sebanyak 3 ditunjukkan dalam Gambar 4.31



Gambar 4.31 Citra Ax T2 Flair IM21 Sebelum (a) dan Sesudah (b) Segmentasi

Analisis selanjutnya yaitu segmentasi citra MRI *sequence ax* T1 *memp+C* IM8 dengan 2, 3, 4, 5, 6 dan 7 klaster.

a. Segmentasi citra *sequence ax* T1 *memp+C* IM8 hasil *preprocessing* dengan 2 klaster

Estimasi parameter Fernandez-Steel *Skew Normal* (FSSN) *mixture model* dengan pendekatan Bayesian untuk 2 klaster ditunjukkan dalam Tabel 4.7

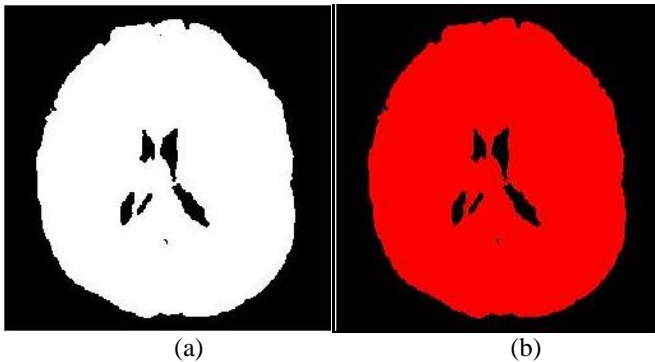
Tabel 4.7 Parameter FSSN *Mixture Model* 2 Klaster untuk *Sequence Ax* T1 *memp+C* IM8

Klaster ke-	w	μ	σ	γ
1	0,560	109,071	69,723	13,211
2	0,440	1,665	23,342	4,423

Tabel 4.7 menunjukkan bahwa pusat klaster 1 sebesar 109,071 yang mengindikasikan area otak, sedangkan pusat klaster 2 sebesar 1,665 yang mengindikasikan area *background*. Berdasarkan Tabel 4.7 didapatkan pula model untuk segmentasi citra *sequence ax* T1 *memp+C* IM8 dengan 2 klaster sesuai dalam persamaan (4.7).

Hasil segmentasi citra *sequence ax* T1 *memp+C* IM8 dengan 2 klaster menggunakan model dalam persamaan (4.7) ditunjukkan dalam Gambar 4.32.

$$\begin{aligned}
 f(y|\mu_j, \sigma_j, \gamma_j, w_j) = & \\
 0,560 \left\{ \frac{2}{13,211 + \frac{1}{13,211}} \left[\frac{1}{69,723\sqrt{2\pi}} \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{y-109,071}{69,723} \right)^2 \right] \right. \right. & \\
 \left. \left. \left\{ \frac{1}{13,211^2} I_{[0,\infty)}(y) + 13,211^2 I_{(-\infty,0)}(y) \right\} \right] \right\} + 0,440 & \quad (4.7) \\
 \left\{ \frac{2}{4,423 + \frac{1}{4,423}} \left[\frac{1}{23,342\sqrt{2\pi}} \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{y-1,665}{23,342} \right)^2 \right] \right. \right. & \\
 \left. \left. \left\{ \frac{1}{4,423^2} I_{[0,\infty)}(y) + 4,423^2 I_{(-\infty,0)}(y) \right\} \right] \right\} &
 \end{aligned}$$



Gambar 4.32 Hasil Segmentasi 2 Klaster Citra Ax T1 *memp+C* IM8 (a) dan Area ROI (b)

Gambar 4.32 menunjukkan bahwa jika segmentasi dilakukan dengan 2 klaster, hasil segmentasi hanya menunjukkan area otak dan *background*. Segmentasi citra dengan 2 klaster belum mampu memisahkan area ROI dan bukan ROI, sehingga dalam gambar tersebut seluruh area otak dianggap sebagai ROI.

b. Segmentasi citra *sequence ax T1 memp+C* IM8 hasil *preprocessing* dengan 3 klaster

Estimasi parameter FSSN *mixture model* dengan pendekatan Bayesian untuk 3 klaster ditunjukkan dalam Tabel 4.8

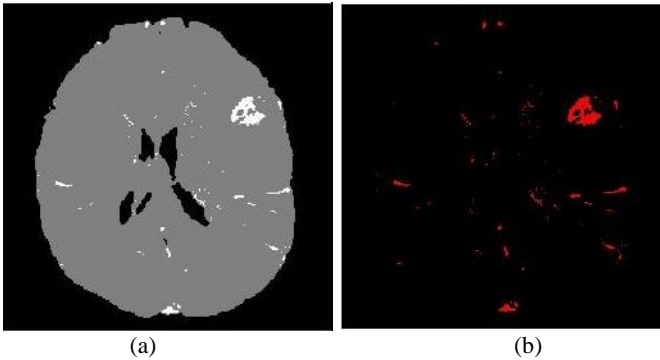
Tabel 4.8 Parameter FSSN *Mixture Model* 3 Klaster untuk *Sequence Ax T1 memp+C* IM8

Klaster ke-	w	μ	σ	γ
1	0,551	108,309	63,879	12,103
2	0,009	148,040	76,028	14,405
3	0,440	1,679	23,579	4,468

Tabel 4.8 menunjukkan bahwa pusat klaster 1 sebesar 108,309 yang mengindikasikan area otak, sedangkan pusat klaster 2 sebesar 148,040 yang mengindikasikan area ROI dan pusat klaster 3 sebesar 1,679 yang mengindikasikan area *background*. Model untuk segmentasi citra *sequence ax T1 memp+C* IM8 dengan 3 klaster sesuai dalam persamaan (4.8).

$$\begin{aligned}
f(y|\mu_j, \sigma_j, \gamma_j, w_j) = & 0,551 \left\{ \frac{2}{12,103 + \frac{1}{12,103}} \left[\frac{1}{63,879\sqrt{2\pi}} \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{y-108,309}{63,879} \right)^2 \right] \right. \right. \\
& \left. \left. \left\{ \frac{1}{12,103^2} I_{[0,\infty)}(y) + 12,103^2 I_{(-\infty,0)}(y) \right\} \right] \right\} + 0,009 \\
& \left\{ \frac{2}{14,405 + \frac{1}{14,405}} \left[\frac{1}{76,028\sqrt{2\pi}} \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{y-148,040}{76,028} \right)^2 \right] \right. \right. \\
& \left. \left. \left\{ \frac{1}{14,405^2} I_{[0,\infty)}(y) + 14,405^2 I_{(-\infty,0)}(y) \right\} \right] \right\} + 0,440 \\
& \left\{ \frac{2}{4,468 + \frac{1}{4,468}} \left[\frac{1}{23,579\sqrt{2\pi}} \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{y-1,679}{23,579} \right)^2 \right] \right. \right. \\
& \left. \left. \left\{ \frac{1}{4,468^2} I_{[0,\infty)}(y) + 4,468^2 I_{(-\infty,0)}(y) \right\} \right] \right\} \quad (4.8)
\end{aligned}$$

Hasil segmentasi citra *sequence ax T1 memp+C IM8* dengan 3 kluster ditunjukkan dalam Gambar 4.33



Gambar 4.33 Hasil Segmentasi 3 Kluster Citra Ax T1 *memp+C IM8* (a) dan Area ROI (b)

Gambar 4.33 menunjukkan bahwa jika segmentasi dilakukan dengan 3 klaster, hasil segmentasi menunjukkan area otak sehat yang berwarna abu-abu, ROI yang berwarna putih dan *background* yang berwarna hitam.

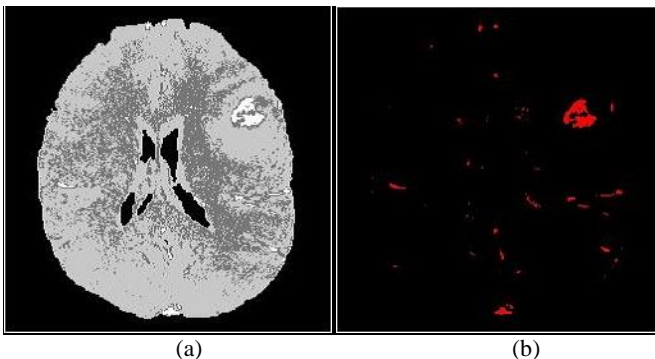
- c. Segmentasi citra *sequence ax T1 memp+C IM8* hasil *preprocessing* dengan 4 klaster

Estimasi parameter FSSN *mixture model* dengan pendekatan Bayesian untuk 4 klaster ditunjukkan dalam Tabel 4.9

Tabel 4.9 Parameter FSSN *Mixture Model* 4 Klaster untuk *Sequence Ax T1 memp+C IM8*

Klaster ke-	w	μ	σ	γ
1	0,372	103,215	58,922	11,164
2	0,008	149,631	74,979	14,206
3	0,180	118,059	30,649	5,807
4	0,440	1,663	23,309	4,416

Tabel 4.9 menunjukkan bahwa pusat klaster 1 yang mengindikasikan area otak, pusat klaster 2 sebesar 149,631 yang mengindikasikan area ROI dan pusat klaster 3 yang mengindikasikan garis-garis otak. Pusat klaster 4 yang mengindikasikan area *background*. Model untuk segmentasi citra dengan 4 klaster sesuai dalam persamaan (4.9) dan hasil segmentasi ditunjukkan dalam Gambar 4.34



Gambar 4.34 Hasil Segmentasi 4 Klaster Citra Ax T1 *memp+C IM8* (a) dan Area ROI (b)

Gambar 4.34 menunjukkan bahwa jika segmentasi dilakukan dengan 4 klaster, hasil segmentasi menunjukkan area otak sehat yang berwarna abu-abu muda, ROI yang berwarna putih, garis-garis otak yang berwarna abu-abu tua dan *background* yang berwarna hitam.

$$\begin{aligned}
 f(y|\mu_j, \sigma_j, \gamma_j, w_j) = & \\
 0,372 \left\{ \frac{2}{11,164 + \frac{1}{11,164}} \left[\frac{1}{58,922\sqrt{2\pi}} \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{y-103,215}{58,922} \right)^2 \right] \right. \right. & \\
 \left. \left. \left\{ \frac{1}{11,164^2} I_{[0,\infty)}(y) + 11,164^2 I_{(-\infty,0)}(y) \right\} \right] \right\} + \dots + 0,440 & \quad (4.9) \\
 \left\{ \frac{2}{4,416 + \frac{1}{4,416}} \left[\frac{1}{23,309\sqrt{2\pi}} \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{y-1,663}{23,309} \right)^2 \right] \right. \right. & \\
 \left. \left. \left\{ \frac{1}{4,416^2} I_{[0,\infty)}(y) + 4,416^2 I_{(-\infty,0)}(y) \right\} \right] \right\} &
 \end{aligned}$$

d. Segmentasi citra *sequence ax T1 memp+C IM8* hasil *preprocessing* dengan 5 klaster

Estimasi parameter FSSN *mixture model* dengan pendekatan Bayesian untuk 5 klaster ditunjukkan dalam Tabel 4.10

Tabel 4.10 Parameter FSSN *Mixture Model* 5 Klaster untuk *Sequence Ax T1 memp+C IM8*

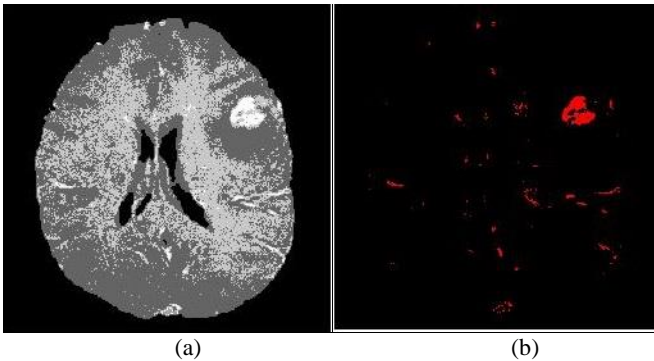
Klaster ke-	w	μ	σ	γ
1	0,3498	102,546	58,777	11,137
2	0,0008	183,048	83,737	15,866
3	0,4398	1,659	23,241	4,403
4	0,0092	143,561	43,594	8,260
5	0,2004	117,387	30,013	5,687

Tabel 4.10 menunjukkan bahwa pusat klaster 1 yang mengindikasikan area otak sebesar 102,546, pusat klaster 2 dan 4 yang mengindikasikan area tumor otak atau ROI berturut-turut sebesar

183,048 dan 143,561, pusat kluster 3 sebesar 1,659 yang mengindikasikan area *background*, sedangkan pusat kluster 5 yang mengindikasikan garis-garis otak sebesar 117,387. Berdasarkan Tabel 4.10, model untuk segmentasi citra *sequence ax T1 memp+C IM8* dengan 5 kluster dalam persamaan (4.10)

$$\begin{aligned}
 f(y|\mu_j, \sigma_j, \gamma_j, w_j) = & \\
 0,350 \left\{ \frac{2}{11,137 + \frac{1}{11,137}} \left[\frac{1}{58,777\sqrt{2\pi}} \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{y-102,546}{58,777} \right)^2 \right] \right. \right. & \\
 \left. \left. \left\{ \frac{1}{11,137^2} I_{[0,\infty)}(y) + 11,137^2 I_{(-\infty,0)}(y) \right\} \right] \right\} + \dots + 0,2004 & \quad (4.10) \\
 \left\{ \frac{2}{5,687 + \frac{1}{5,687}} \left[\frac{1}{30,013\sqrt{2\pi}} \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{y-117,387}{30,013} \right)^2 \right] \right. \right. & \\
 \left. \left. \left\{ \frac{1}{5,687^2} I_{[0,\infty)}(y) + 5,687^2 I_{(-\infty,0)}(y) \right\} \right] \right\} &
 \end{aligned}$$

Hasil segmentasi citra *sequence ax T1 memp+C IM8* dengan 5 kluster menggunakan model dalam persamaan (4.10) ditunjukkan dalam Gambar 4.35



Gambar 4.35 Hasil Segmentasi 5 Kluster Citra Ax T1 *memp+C IM8* (a) dan Area ROI (b)

Gambar 4.35 menunjukkan bahwa jika segmentasi dilakukan dengan 5 klaster, hasil segmentasi menunjukkan area otak sehat yang berwarna abu-abu tua, ROI dan area peradangan yang berwarna putih dan keabu-abuan, garis-garis otak yang berwarna abu-abu muda dan *background* yang berwarna hitam.

- e. Segmentasi citra *sequence ax T1 memp+C IM8* hasil *preprocessing* dengan 6 klaster

Estimasi parameter FSSN *mixture model* dengan pendekatan Bayesian untuk 6 klaster ditunjukkan dalam Tabel 4.11

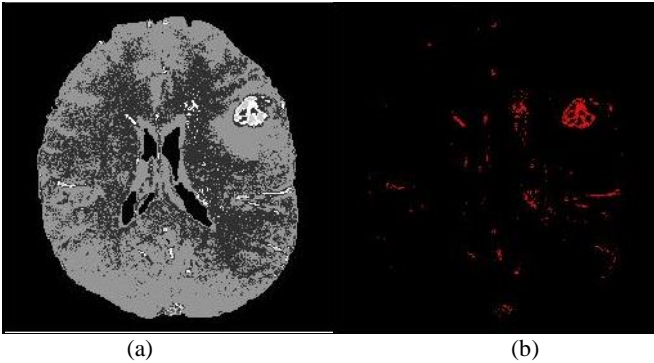
Tabel 4.11 Parameter FSSN *Mixture Model* 6 Klaster untuk *Sequence Ax T1 memp+C IM8*

Klaster ke-	w	μ	σ	γ
1	0,0005	193,750	63,789	12,086
2	0,2272	116,586	29,852	5,656
3	0,4397	1,649	23,077	4,372
4	0,0031	154,705	39,229	7,433
5	0,0089	136,982	33,695	6,384
6	0,3206	101,588	58,630	11,109

Tabel 4.11 menunjukkan bahwa pusat klaster 1 dan 4 berturut-turut sebesar 193,750 dan 154,705 yang mengindikasikan area ROI, pusat klaster 2 dan 5 yang mengindikasikan garis-garis otak berturut-turut sebesar 116,586 dan 136,982, pusat klaster 3 sebesar 1,649 yang mengindikasikan area *background*, sedangkan pusat klaster 6 sebesar 101,588 yang mengindikasikan area otak. Berdasarkan Tabel 4.11, model untuk segmentasi citra *sequence ax T1 memp+C IM8* dengan 6 klaster sesuai dalam persamaan (4.11).

Hasil segmentasi citra *sequence ax T1 memp+C IM8* dengan 6 klaster menggunakan model dalam persamaan (4.11) ditunjukkan dalam Gambar 4.36. Gambar 4.36 menunjukkan bahwa jika segmentasi dilakukan dengan 6 klaster, hasil segmentasi menunjukkan area otak sehat yang berwarna abu-abu muda, ROI dan area peradangan yang berwarna putih dan keabu-abuan, garis-garis otak yang berwarna abu-abu tua dan *background* yang berwarna hitam. Hal tersebut sesuai dengan estimasi parameter model dalam Tabel 4.11.

$$\begin{aligned}
& f(y|\mu_j, \sigma_j, \gamma_j, w_j) \\
&= 0,0005 \left\{ \frac{2}{12,086 + \frac{1}{12,086}} \left[\frac{1}{63,789\sqrt{2\pi}} \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{y-193,750}{63,789} \right)^2 \right] \right. \right. \\
& \quad \left. \left. \left\{ \frac{1}{12,086^2} I_{[0,\infty)}(y) + 12,086^2 I_{(-\infty,0)}(y) \right\} \right] \right\} + \dots + 0,3206 \quad (4.11) \\
& \quad \left\{ \frac{2}{11,109 + \frac{1}{11,109}} \left[\frac{1}{58,630\sqrt{2\pi}} \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{y-101,588}{58,630} \right)^2 \right] \right. \right. \\
& \quad \left. \left. \left\{ \frac{1}{11,109^2} I_{[0,\infty)}(y) + 11,109^2 I_{(-\infty,0)}(y) \right\} \right] \right\}
\end{aligned}$$



Gambar 4.36 Hasil Segmentasi 6 Klaster Citra Ax T1 *memp*+C IM8 (a) dan Area ROI (b)

- f. Segmentasi citra *sequence ax T1 memp+C IM8* hasil *preprocessing* dengan 7 klaster

Estimasi parameter Fernandez-Steel *Skew Normal* (FSSN) *mixture model* dengan pendekatan Bayesian untuk 7 klaster ditunjukkan dalam Tabel 4.12. Tabel 4.12 menunjukkan bahwa pusat klaster 1 sebesar 1,649 yang mengindikasikan area *background*, pusat klaster 6 sebesar 204,521 yang mengindikasikan area ROI,

pusat kluster 7 sebesar 110,763 yang mengindikasikan area otak sedangkan lainnya mengindikasikan garis-garis otak.

Tabel 4.12 Parameter FSSN *Mixture Model* 7 Kluster untuk *Sequence Ax T1 memp+C IM8*

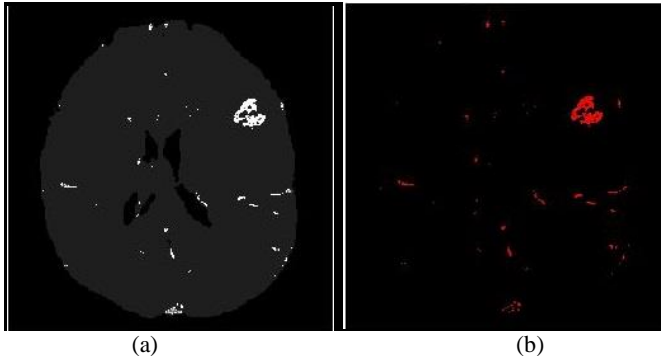
Kluster ke-	w	μ	σ	γ
1	0,4400	2,559	23,753	4,500
2	0,0005	167,557	30,089	5,701
3	0,0002	184,043	33,032	6,259
4	0,0064	147,772	36,428	6,902
5	0,0001	152,018	25,758	4,880
6	0,0002	204,521	46,071	8,729
7	0,5526	110,763	64,189	12,162

Model untuk segmentasi citra *sequence ax T1 memp+C IM8* dengan 7 kluster sesuai dalam persamaan (4.12).

$$\begin{aligned}
 & f(y | \mu_j, \sigma_j, \gamma_j, w_j) \\
 &= 0,4400 \left\{ \frac{2}{4,500 + \frac{1}{4,500}} \left[\frac{1}{23,753\sqrt{2\pi}} \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{y - 2,559}{23,753} \right)^2 \right] \right. \right. \\
 & \quad \left. \left. \left\{ \frac{1}{4,500^2} I_{[0,\infty)}(y) + 4,500^2 I_{(-\infty,0)}(y) \right\} \right] \right\} + \dots + 0,5526 \\
 & \quad \left\{ \frac{2}{12,162 + \frac{1}{12,162}} \left[\frac{1}{64,189\sqrt{2\pi}} \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{y - 110,763}{64,189} \right)^2 \right] \right. \right. \\
 & \quad \left. \left. \left\{ \frac{1}{12,162^2} I_{[0,\infty)}(y) + 12,162^2 I_{(-\infty,0)}(y) \right\} \right] \right\}
 \end{aligned} \tag{4.12}$$

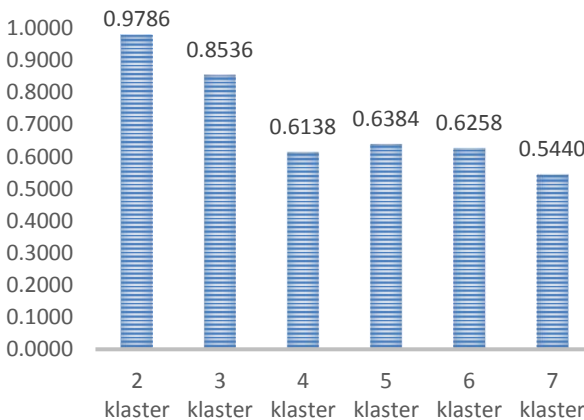
Hasil segmentasi citra *sequence ax T1 memp+C IM8* dengan 7 kluster menggunakan model dalam persamaan (4.12) ditunjukkan dalam Gambar 4.37. Gambar 4.37 menunjukkan bahwa jika segmentasi dilakukan dengan 7 kluster, hasil segmentasi menunjukkan area otak sehat yang berwarna abu-abu tua, ROI dan area peradangan yang berwarna putih dan keabu-abuan, serta garis-garis

otak yang berwarna abu-abu muda dan *background* yang berwarna hi-tam.



Gambar 4.37 Hasil Segmentasi 7 Klaster Citra Ax T1 *memp*+C IM8 (a) dan Area ROI (b)

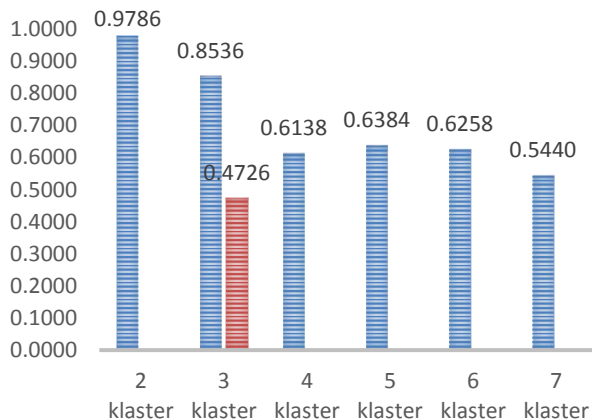
Gambar 4.37 b menunjukkan subyektivitas medis untuk area ROI berwarna merah. Setelah dilakukan segmentasi dengan 2, 3, 4, 5, 6 dan 7 klaster, kemudian dihitung nilai Silhouette Index sesuai dengan persamaan 2.30 pada tinjauan pustaka. Hasil perhitungan sesuai dalam Gambar 4.38



Gambar 4.38 Silhouette Index Segmentasi Citra Ax T1 *memp*+C IM8

Gambar 4.38 menunjukkan bahwa hasil perhitungan Silhouette Index terbesar adalah segmentasi citra dengan 2 klaster. Namun, dengan 3 klaster karena 2 klaster belum mampu menentukan area ROI dan non ROI. Silhouette Index terbesar kedua adalah hasil segmentasi dengan 3 klaster. Subyektivitas dari pihak medis juga menyatakan bahwa dengan 3 klaster sudah mampu menentukan area ROI dan non ROI, sehingga klaster terbaik untuk segmentasi citra *sequence ax T1 memp+C IM8* menggunakan 3 klaster.

Selanjutnya dilakukan perbandingan dengan penelitian sebelumnya oleh Sianipar (2017) yang melakukan segmentasi citra MRI tumor otak menggunakan GMM. Pada segmentasi citra *sequence ax T1 memp+C IM8* menggunakan GMM didapatkan hasil klaster terbaik sebanyak 7 klaster dengan Silhouette Index sebesar 0,6881. Perbandingan Silhouette Index untuk klaster terbaik antara metode FSSN *mixture model* dan GMM ditunjukkan dalam Gambar 4.39

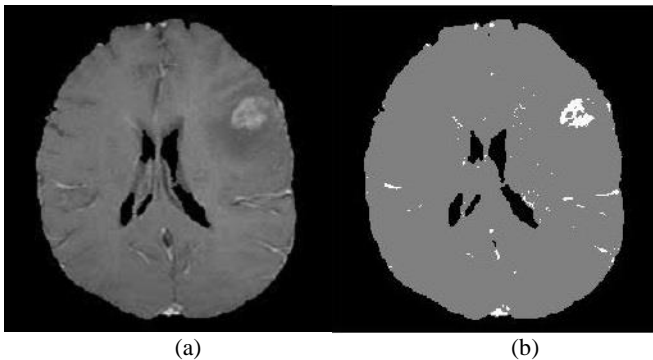


Gambar 4.39 Perbandingan Silhouette Index Segmentasi Citra Ax T1 *memp+C IM8* 3 Klaster dengan FSSN Mixture Model dan GMM

Gambar 4.39 menunjukkan bahwa hasil perhitungan Silhouette Index segmentasi citra *sequence ax T1 memp+C IM8* dengan 3 klaster menggunakan FSSN *mixture model* lebih besar dibandingkan

dengan GMM. Hal ini mengindikasikan bahwa FSSN *mixture model* lebih baik digunakan untuk segmentasi citra karena lebih sesuai dengan pola data. Selain itu, segmentasi citra *sequence ax T1 memp+C IM8* menggunakan FSSN *mixture model* lebih parsimoni dibandingkan dengan GMM karena hanya membutuhkan 3 komponen saja untuk membentuk *mixture model*.

Berdasarkan analisis di atas jumlah klaster terbaik untuk segmentasi citra *sequence ax T1 memp+C IM8* dengan menggunakan FSSN *mixture model* sebanyak 3 klaster. Hasil segmentasi ditunjukkan dalam Gambar 4.40



Gambar 4.40 Citra Ax T1 *memp+C IM8* Sebelum (a) dan Sesudah (b) Segmentasi

Gambar 4.40 menunjukkan bahwa citra hasil segmentasi dengan 3 klaster sudah mampu menentukan area ROI dan bukan ROI. Area ROI berwarna putih dan non ROI atau otak sehat berwarna abu-abu. Citra hasil segmentasi dapat memperbaiki kualitas citra MRI tumor otak asli dan memperjelas area ROI sehingga lebih mudah untuk mendeteksi letak tumor otak.

BAB V

KESIMPULAN DAN SARAN

5.1 Kesimpulan

Berdasarkan hasil analisis dan pembahasan yang telah dilakukan, didapatkan kesimpulan yaitu proses *preprocessing* menghasilkan citra yang lebih baik dengan menghilangkan area kepala sehingga memudahkan dalam segmentasi citra MRI tumor otak. Selain itu, histogram citra MRI tumor otak *sequence ax T2 Flair* IM21 dan *ax T1 memp+C* IM8 hasil *preprocessing* menunjukkan bentuk yang tidak simetris dan mengindikasikan adanya *skew* (miring).

Jumlah klaster terbaik untuk segmentasi citra *sequence ax T2 Flair* IM21 dan *ax T1 memp+C* IM8 menggunakan Fernandez-Steel *Skew Normal* (FSSN) *mixture model* adalah 3 klaster, di mana dengan 3 klaster tersebut sudah mampu menentukan area ROI dan non ROI. Perbandingan dengan penelitian sebelumnya menggunakan GMM menunjukkan FSSN *mixture model* lebih baik digunakan untuk segmentasi citra karena lebih sesuai dengan pola data dan lebih parsimoni.

5.2 Saran

Berdasarkan analisis yang telah dilakukan disarankan untuk penelitian selanjutnya sebaiknya menambahkan metode spasial untuk segmentasi citra MRI tumor otak agar area non ROI yang memiliki *grayscale* sama dengan area ROI tidak berada dalam satu klaster.

Halaman ini sengaja dikosongkan

DAFTAR PUSTAKA

- ABTA. (2012). *About Brain Tumors A Primer for Patients and Caregivers*. Chicago: American Brain Tumor Association.
- ABTA. (2017, January). *Brain Tumor Statistics*. Retrieved from American Brain Tumor Association: <http://www.abta.org/about-us/news/brain-tumor-statistics/>
- Adinegoro, A., Atmaja, R. D., & Purnamasari, R. (2015). Deteksi Tumor Otak dengan Ektrasi Ciri & Feature Selection Menggunakan Linear Discriminant Analysis (LDA) dan Support Vector Machine (SVM). *e-Proceeding of Engineering*, 2, 2532-2539.
- Ahmad, U. (2005). *Pengolahan Citra Digital dan Teknik Pemo-gramannya*. Yogyakarta: Graha Ilmu.
- Angulakshmi, M., & LakshmiPriya, G. G. (2017). Automated Brain Tumour Segmentation Techniques-A Review. *International Journal of Imaging Systems and Technology*, 27(1), 66-77.
- Angulakshmi, M., & LakshmiPriya, G. G. (2018). Brain Tumour Segmentation from MRI using Superpixels Based Spectral Clustering. *Journal of King Saud University-Computer and Information Sciences*, 1-12.
- Azzalini, A. (1985). A Class of Distribution which Includes The Normal Ones. *Scandinavian Journal of Statistics*, 12, 171-178.
- Box, G. E., & Tiao, G. C. (1973). *Bayesian Inference in Statistical Analysis* (1st ed.). Reading: Addison Wesley Publishing Company.

- Carlin, B. P., & Chib, S. (1995). Bayesian Model Choice via Markov Chain Monte Carlo Methods. *Journal of the Royal Statistical Society*, 57(3), 473-484.
- Casella, G., & George, E. I. (1992). Explaining the Gibbs Sampler. *The American Statistician*, 46, 167-174.
- Castillo, N. O., Gomez, H. W., Leiva, V., & Sanhueza, A. (2011). On the Fernandez-Steel Distribution : Inference and Application. *Computational Statistics and Data Analysis*, 55, 29-51-2961.
- Fernandez, C., & Steel, M. J. (1998). On Bayesian Modeling of Fat Tails and Skewness. *Journal of the American Statistical Association*, 93, 359-371.
- Gelman, A., Carlin, J. B., Stern, H. S., Dunson, D. B., Vehtari, A., & Rubin, D. B. (2014). *Bayesian Data Analysis* (3rd ed.). Boca Raton: CRC Press.
- Gonzalez, R. C., & Woods, R. E. (2002). *Digital Image Processing*. New Jersey: Prentice Hall, Inc.
- Haq, N. Z. (2011). *Asuhan Keperawatan (ASKEP) Tumor Otak*. Surabaya: Universitas Airlangga.
- Iriawan, N. (2000). *Computationally Intensive Approaches to Inference in Neo-Normal Linier Models*. Perth: CUT-Australia.
- Iriawan, N. (2001). Penaksiran Model *Mixture* Normal Univariabel : Suatu Pendekatan Metode Bayesian dengan MCMC. *Seminar Nasional dan Konferda VII Matematika Wilayah DIY dan Jawa Tengah*. Yogyakarta.
- Iriawan, N. (2012). *Pemodelan dan Analisis Data-Driven* (Vol. 1). Surabaya: ITSpress.

- Kaila, M. M., & Kaila, R. (2010). *Quantum Magnetic Resonance Imaging Diagnostics of Human Brain Disorders*. Burlington: Elsevier, Inc.
- Kumbara, B. (2015). *Klasifikasi dan Ekstraksi Sinyal EEG-P300 Menggunakan Support Vector Machine untuk Deteksi Kebohongan*. Bandung: Universitas Pendidikan Indonesia.
- Li, Y., Jia, F., & Qin, J. (2016). Brain Tumor Segmentation from Multimodal Magnetic Resonance Images via Sparse Representation. *Artificial Intelligence in Medicine*, 73, 1-13.
- McLachlan, G., & Peel, D. (2000). *Finite Mixture Models*. New York: John Wiley & Sons, Inc.
- Munir, R. (2006). Aplikasi Image Thresholding Untuk Segmentasi Objek. *Seminar Nasional Aplikasi Teknologi Informasi 20-06* (pp. F-1 - F-6). Yogyakarta: SNATI.
- Munir, R. (2004). *Pengolahan Citra Digital*. Bandung: Informatika.
- Murinto, & Rahmawati, R. F. (2011). Segmentasi Citra Medik MRI (Magnetic Resonance Imaging) Menggunakan Metode Region Threshold. *Seminar Nasional Teknik Informatika*. Yogyakarta: Universitas Ahmad Dahlan.
- Notosiswoyo, M., & Suswati, S. (2004). Pemanfaatan Magnetic Resonance Imaging (MRI) sebagai Sarana Diagnosa Pasien. *Media Litbang Kesehatan*, XIV, 8-13.
- Ntzoufras, I. (2009). *Bayesian Modeling using WinBUGS*. Canada: John Wiley & Sons, Inc.
- Pan, X., Zhu, H., & Xie, Q. (2016). Image Segmentation by Student's-t Mixture Models Based on Markov Random Field and Weighted Mean Template. *International Journal of*

Signal Processing, Image Processing and Pattern Recognition, 9, 313-322.

- Prasetyo, E. (2011). *Pengolahan Citra Digital dan Aplikasinya Menggunakan Matlab*. Yogyakarta: Andi.
- Ribbens, A., Hermans, J., Maes, F., Vandermeulen, D., & Suetens, P. (2014). Unsupervised Segmentation, Clustering and Groupwise Registration of Heterogeneous Populations of Brain MR Images. *IEEE Transactions on Medical Imaging*, 33, 201-224.
- Shapiro, L., & Stockman, G. (2000). *Computer Vision*. New Jersey: Prentice Hall.
- Shi, H. S. (2005). *Model-based Clustering*. Ontario: University of Waterloo.
- Sianipar, W. H. (2017). *Komparasi metode EM-GMM (Expectation Maximization-Gaussian Mixture Model) dan FCM (Fuzzy C-Means) dalam Segmentasi Citra Otak MRI (Magnetic Resonance Imaging) di RSUD Soetomo dalam Menentukan Area Tumor Otak*. Surabaya: Institut Teknologi Sepuluh Nopember.
- Soekarno, R. (2015, September 8). *Tumor Otak di RSUD Dr. Soetomo*. Retrieved from beritajatim.com: http://beritajatim.com/pendidikan_kesehatan/247190/rsu_dr_soetomo:_85_persen_penderita_tumor_otak_perempuan.html
- Tan, P. N., Steinbach, M., & Kumar, V. (2005). *Introduction to Data Mining*. New York: Pearson Addison Wesley.
- Webb, A. R., & Copsey, K. D. (2011, Februari 8). *Statistical Pattern Recognition* (3rd ed.). Chichester: John Wiley & Sons Ltd.

Windhiarti, L. (2016). *Pengetahuan Perawat tentang Manajemen Tekanan Intrakranial (TIK) pada Pasien Cedera Kepala Sedang-Berat di Rumah Sakit di Kota Semarang*. Semarang: Universitas Diponegoro.

Halaman ini sengaja dikosongkan

LAMPIRAN

Lampiran 1 Data *Grayscale* Citra

<i>ax T2 Flair IM21</i>		<i>ax T1 memp+C IM8</i>	
No.	<i>Grayscale</i>	No.	<i>Grayscale</i>
1	0	1	0
2	0	2	0
3	0	3	0
4	0	4	0
5	0	5	0
⋮	⋮	⋮	⋮
10559	66	10559	0
10560	71	10560	0
10561	133	10561	4
⋮	⋮	⋮	⋮
11479	107	11479	0
11480	77	11480	2
11481	0	11481	0
⋮	⋮	⋮	⋮
23774	86	23774	97
23775	108	23775	99
⋮	⋮	⋮	⋮
35410	96	35410	126
35411	89	35411	125
⋮	⋮	⋮	⋮
47170	141	47170	103
47171	128	47171	102
⋮	⋮	⋮	⋮
55774	112	55774	0
55775	95	55775	0
⋮	⋮	⋮	⋮
65535	0	65535	0
65536	0	65536	0

Lampiran 2 *Syntax Preprocessing Citra* *Syntax Utama Preprocessing*

```
[filename, pathname]=uigetfile({'*.dcm'});
input=dicomread([pathname, filename]);
%imshow(input , []);
[treshold]=Treshold(input);
[head_contour,head_mask]=ContourAndMask(tresh-
old);
[subtract,openingAwal,Detection,clos-
ing,otak,hol,open2,preprocessing]=BrainA-
rea(head_mask,treshold,input);
Y = double(input);
imwrite(Y, 'inputCont.jpg', 'Quali-
ty', 100, 'Mode', 'lossy');
%imshow(Y , []);
```

Syntax Thresholding

```
function[treshold]=Treshold(input)
treshold=input;
ukuranGambar = size(input)
input=input(:);
t_nol=mean(input);
input=input(:);
G=input;
L=input;
G(G>=t_nol)=[];
L(L<t_nol)=[];
sum=mean(G)+mean(L)
t_satu=sum/2;
while(true)
    old_t=t_satu;
    G=input;
    L=input;
    G(G>=old_t)=[];
```


Syntax Thresholding (lanjutan)

```

L(L<old_t)=[];
    sum=mean(G)+mean(L);
    t_satu=sum/2;
if(abs(old_t-t_satu)<0.1)
    break;
end
end
for i=1:ukuranGambar(1)
for j=1:ukuranGambar(2)
    if(treshold(i,j)>=t_satu)
        treshold(i,j)=1;
    else
        treshold(i,j)=0;
    end
end
end
treshold=double(treshold);
imwrite(treshold,'treshold.jpg','Quality',100,'Mode','lossy');
imshow(treshold , []);

```

Syntax ContourAndMask

```

function [head_contour,head_mask]=Contou-
rAndMask(treshold)
ukuranGambar=size(treshold);
head_contour=zeros(ukuranGambar(1),ukuranGam-
bar(2));
head_mask=zeros(ukuranGambar(1),ukuranGam-
bar(2));
for i=1:ukuranGambar
    [r,c]=find(treshold(i:i,1:ukuranGam-
bar(2)));
    kiri=min(c);
    kanan=max(c);
    head_contour(i,kiri)=1;
    head_contour(i,kanan)=1;
end
end

```

Syntax ContourAndMask (lanjutan)

```
%imshow(head_contour , []);
    %imwrite(head_contour,'head_con-
tour.jpg','Quality',100,'Mode','lossy');
    head_mask(i:i,kiri:kanan)=1;
    %imshow(head_mask , []);
    %imwrite(head_mask,'head_mask.jpg','Qual-
ity',100,'Mode','lossy');
end
    imshow(head_mask , []);
end
```

Syntax BrainArea

```
function [substract,openingAwal,Detec-
tion,closing,otak,hol,open2,prepro-
cessing]=BrainArea(head_mask,treshold,input)
substract=head_mask-treshold;
%imwrite(substract,'substract.jpg','Quali-
ty',100,'Mode','lossy');
%figure,imshow(head_mask , []);
%figure,imshow(treshold , []);
figure,imshow(substract , []);
openingAwal=bwareaopen(substract,25);
%imwrite(openingAwal,'openingAwal.jpg','Qual-
ity',100,'Mode','lossy');
figure,imshow(openingAwal , []);
Detection=edge( (openingAwal) , 'sobel');
%figure,imshow(Detection , []);
%imwrite(Detection,'Detection.jpg','Quali-
ty',100,'Mode','lossy');
se=strel('disk',3);
closing=imclose(Detection,se);
figure,imshow(closing , []);
ukurangambar=size(openingAwal);
gabungan=openingAwal;
```

Syntax BrainArea (lanjutan)

```

for i=1:ukurangambar(1);
    for j=1:ukurangambar(2)
        if(closing(i,j)==1)
            gabungan(i,j)=1;
        end
    end
end
figure,imshow(gabungan , []);
hol=imfill(gabungan,'holes');
figure,imshow(hol , []);
%imwrite(hol,'hol.jpg','Quality',100,'Mode','lossy');
otak=hol-gabungan;
figure,imshow(otak , []);
%imwrite(otak,'otak.jpg','Quality',100,'Mode','lossy');
open2=bwareaopen(otak,1);
figure,imshow(open2 , []);
%imwrite(open2,'open2.jpg','Quality',100,'Mode','lossy');
preprocessing=input;
preprocessing(~open2)=0;

figure,imshow(preprocessing, [])
sup = mat2gray(preprocessing);
%imshow(sup);
%I2 = imcrop(sup,[75 50 360 400]);
%imshow(I2)
imwrite(sup,'output1.jpg','Quality',100,'Mode','lossy');
%imwrite(I2,'outputcropping.jpg','Quality',100,'Mode','lossy');

```

Lampiran 3 *Syntax* Segmentasi Citra

Syntax Utama Segmentasi

```

clear
clc
%membaca citra

A=imread('ima2.jpg');
%A=imresize(A,[256 256]);
B=rgb2gray(A);
figure,imhist(B);
[row,col]=size(B);
nsize=row*col;
Y=reshape(B,nsize,1);
Y=double(Y);
k=3;
[z] = gibbsGmm(Y,k,100,2,1,1,10,1000);

[mu,sigma,gamma,p,z,churn] =
gibbsFer(Y,k,1,1000,z);
%[mu,sigSq,p,z,churn] =
gibbsGmm(Y,k,100,2,1,1,10,1000);
zz = reshape(z,nsize,1);
%%
ima=double(imread('ima2.jpg'));
%ima=imresize(ima,[256 256]);
copy=ima;
copy2=ima;% make a copy
ima=ima(:);           % vectorize ima
mi=min(ima);          % deal with negative
ima=ima-mi+1;          % and zero values
m=max(ima);
a=length(ima);
%%histogram citra
d=histogram(Y);
e=find(d);
d=d(e);
e=e(:);d=d(:);

```

Syntax Utama Segmentasi (Lanjutan)

```

mask = reshape(z,row,col);
for i=1:row
for j=1:col
if mask(i,j)==1
final_img(i,j)=128;
elseif mask(i,j)==2
final_img(i,j)=0;
else
final_img(i,j)=255;
end
end
end
figure,imshow(final_img,[]);

%%
%subjective analysis
orgimg=copy;
im_bin=mask;
[r,c]=find(im_bin==3);
rc=[r,c];
for j=1:(numel(rc)/2)
    copy(r(j),c(j))=0;
end
figure, subplot(2,1,1);
imshow(copy,[]), title('NROI-Non region of
interest');
nroi_image=copy;
logimg=imsubtract(orgimg,copy);
roi_image=logimg;
subplot(2,1,2);
imshow(logimg,[]), title('ROI-region of in-
terest');

```

Syntax Gibbs Fernandez

```

function [mu, sigma, gamma, p, z, churn] =
...
    gibbsFer(Y, k, alpha, Nsamp,z)

N = length(Y);

for j=1:k
    yj = Y(find(z == j));
    mu(1,j) = mean(yj);
    sigma(1,j) = std(yj);
    gamma(1,j)=1;
end
p(1,:) = full(sparse(1, z, 1, 1, k));

% Go!
for i=2:Nsamp
    % Mu
    for j=1:k
        yj = Y(find(z == j));
        n = sum(z == j);

        mu_temp=mu(i-1,j);
        sigma_temp=sigma(1,j);
        gamma_temp=gamma(1,j);
        eta_temp=mean(yj);
        phi=std(yj);

        mu(i,j)=drawmuFER(n,yj,mu_temp,sigma_temp,gam
        ma_temp,eta_temp,phi);

    end

```

Syntax Gibbs Fernandez (Lanjutan)

```
% Sigma
for j=1:k
    yj = Y(find(z == j));
    inClass = z == j;
    n = sum(inClass);

    mu_temp=mu(i-1,j);
    sigma_temp=sigma(i-1,j);
    gamma_temp=gamma(1,j);
    alfa=3;
    beta=std(yj);

    sigma(i,j)=drawsig-
maFER(n,yj,mu_temp,sigma_temp,gamma_temp,alfa
,beta);
end

% Gamma
for j=1:k
    yj = Y(find(z == j));
    inClass = z == j;
    n = sum(inClass);

    mu_temp=mu(i-1,j);
    sigma_temp=sigma(i-1,j);
    gamma_temp=gamma(i-1,j);
    a=0.45;
    b=std(yj)/sqrt(a);

    gamma(i,j)=drawgam-
maFER(n,yj,mu_temp,sigma_temp,gamma_temp,a,b)
;
end
```

Syntax Gibbs Fernandez (Lanjutan)

```

% z \in {1..k}
for j=1:k
    tmp_pr(j,:) = normalLike(Y,mu(i-
1,j),sigma(i-1,j));
end
n = tabulate(z);
n = n(:,2)';
% $$$ n = full(sparse(1, z, 1, 1, k));

% Scale likelihoods by class memberships
times prior
pri = repmat((n'+alpha/k)/(sum(n)-1+alpha),
1, N);
idxs = sub2ind(size(pri), z, [1:N]);
pri(idxs) = pri(idxs) - 1/(sum(n)-1+alpha);

tz = drawMultinom(pri .* tmp_pr);
churn(i) = sum(tz ~= z);
z = tz;
p(i,:) = n;

% $$$ plotGmm(mu(i,1), mu(i,2), sig-
maSq(i,1), sigmaSq(i,2), p(i));
% $$$ pause(.1)
end

```


Syntax Draw MU Fernandez

```

function y=
drawmuFER(n,yj,mu_temp,sigma_temp,gamma_temp,
eta_temp,phi)

f = @(x)exp(-(x-eta_temp).^2/(2*(phi^2)))-
sum(((yj-x).^2)/(2*(sigma_temp^2))));
g = @(x)normpdf(x,eta_temp,phi);
grnd = @()normrnd(eta_temp,phi);
rng('default') % For reproducibility
M = accrejrnd(f,g,grnd,1e-1000,100,1);
rata=mean(M);
y=rata;
end

```

Syntax Draw SIGMA Fernandez

```

function y= drawsig-
maFER(n,yj,mu_temp,sigma_temp,gamma_temp,alfa
,beta)

f = @(x)exp(-(alfa+1)*log(x)-(beta/x)-
(n*log((x*gamma_temp*(sqrt(2*pi)))+(x*(sqrt(
2*pi)))/gamma_temp))-sum(((yj-
mu_temp).^2)/(2*(x.^2))));
g = @(x) invgampdf(x,alfa,beta);
grnd = @() gamrnd(alfa,beta);
rng('default') % For reproducibility
S = accrejrnd(f,g,grnd,1e-1000,100,1);
rata=mean(S);
y=rata;
end

```

Syntax Draw GAMMA Fernandez

```

function y= drawgam-
maFER(n,yj,mu_temp,sigma_temp,gamma_temp,a,b)

v1=yj(yj>=mu_temp);
v2=yj(yj<mu_temp);
f = @(x)exp(((a-1)*log(x))-(x/b)-
(n*log((x*sigma_temp*(sqrt(2*pi)))+(sigma_t
mp*(sqrt(2*pi)))/x))+sum(log((1/(x.^2))*v1))
+sum(log((x.^2)*v2))));
g = @(x)gampdf(x,a,b);
grnd = @()gamrnd(a,b);
rng('default') % For reproducibility
G = accrejrnd(f,g,grnd,1e-1000,100,1);
rata=mean(G);
y=rata;
end

```

Syntax Acceptance Rejection

```

function X = accrejrnd(f,g,grnd,c,m,n)
X = zeros(m,n); % Preallocate memory
for i = 1:m*n
    accept = false;
    while accept == false
        u = rand();
        v = grnd();
        if c*u <= f(v)/g(v)
            X(i) = v;
            accept = true;
        end
    end
end
end
end
end

```

Lampiran 4 Syntax Penentuan Klaster Terbaik
Syntax Silhouette Index

```
data=Y;  
idx=zz;  
SI=silhouette(data,idx);  
SI_cluster=[mean(SI(idx==1)) mean(SI(idx==2))  
];  
SI_all=mean(SI_cluster);
```

Halaman ini sengaja dikosongkan

SURAT PERNYATAAN

Saya yang bertanda tangan di bawah ini, mahasiswa Program Sarjana Departemen Statistika FMKSD ITS

Nama : Miftakhul Ilmi Dinul Islamiyah

NRP : 062116 4500 0014

menyatakan bahwa data yang digunakan dalam Tugas Akhir ini, merupakan data sekunder bagian dari penelitian Disertasi mahasiswa Program Doktor Departemen Statistika FMKSD ITS yaitu:

Judul : *Spatially Constrained Neo-Normal Mixture Model* dengan Pendekatan Bayesian Pada Segmentasi Citra MRI Tumor Otak

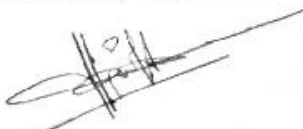
Oleh : Anindya Apriliyanti Pravitasari

NRP : 1315301003

Surat pernyataan ini dibuat dengan sebenarnya. Apabila terdapat pemalsuan data maka mahasiswa bersedia menerima sanksi sesuai aturan yang berlaku.

Mengetahui,
Pembimbing Tugas Akhir

Surabaya, 30 Juli 2018



Prof. Drs. Nur Iriawan, Mkom., Ph.D.
NIP. 19621015 198803 1 002



Miftakhul Ilmi Dinul Islamiyah
NRP 062116 4500 0014

BIODATA PENULIS



Penulis dilahirkan sebagai anak pertama dari pasangan Suyono Abidin dan Yuliani pada tanggal 27 Juni 1995 di Surabaya, dengan nama Miftakhul Ilmi Dinul Islamiyah dan biasa dipanggil Miftah. Penulis bertempat tinggal di RT 09 RW 02 Dusun Wates, Desa Cangkir, Kecamatan Driyorejo, Gresik. Sebelum memasuki dunia perkuliahan, penulis juga telah menempuh pendidikan formal yaitu SDN Cangkir II, SMPN 1 Driyorejo dan SMAN 1 Krian. Pada tahun 2013, penulis mengikuti seleksi penerimaan mahasiswa baru Diploma jalur reguler dan dinyatakan sebagai mahasiswa Program Studi Diploma III Statistika FMIPA ITS. Pada tahun 2016 penulis mengikuti seleksi mandiri program Lintas Jalur Jurusan Statistika FMIPA ITS dan dinyatakan sebagai mahasiswa Jurusan Statistika FMIPA ITS dengan NRP 1316 105 014. Motto hidup penulis ialah *"Sebuah Kesuksesan adalah Ketika Bisa Belajar dari Kegagalan Sebelumnya"*. Selama perkuliahan, penulis berpartisipasi aktif dalam berbagai kepanitiaan, antara lain dalam kegiatan Pekan Raya Statistika 2015. Selain itu, penulis juga pernah menjabat sebagai Staff Departemen Hubungan Luar HIMADATA-ITS 2014/2015 serta Ketua Biro Kemitraan Departemen Hubungan Luar HIMADATA-ITS 2015/2016. Pada tahun keempat dan kelima perkuliahan, penulis memfokuskan diri untuk meningkatkan kemampuan dalam bidang akademik. Penulis juga pernah berkesempatan Kerja Praktek di PT. Jawa Pos Koran Surabaya dan PT. PJB Surabaya. Apabila pembaca ingin berdiskusi mengenai tugas akhir ini dan/atau materi lain yang berhubungan, penulis dapat dihubungi melalui email miftakhul.ilmidi@gmail.com.